۱●- اگر جسم استاندارد یک کیلوگرمی دارای شتاب $۲/۰۰ m/s^2$ در زاویهٔ $۲۰/۰°$ نسبت به جهت مثبت محور x باشد، (الف) مؤلفهٔ x و (ب) مؤلفهٔ y نیروی خالص وارد بر آن چقدر است؟ (پ) نیروی خالص برحسب بردارهای یکه چیست؟

حل: (الف) مؤلفهٔ x قانون دوم نیوتن را در نظر می‌گیریم

$$F_x = ma_x = ma\cos ۲۰° = (۱)(۲)(\cos ۲۰°) = ۱/۸۸ N$$

(ب) مؤلفهٔ y قانون دوم نیوتن چنین است

$$F_y = ma_y = ma\sin ۲۰° = (۱)(۲)(\sin ۲۰°) = ۰/۶۸۴ N$$

(پ) $\vec F = F_x\hat i + F_y\hat j = (۱/۸۸\hat i + ۰/۶۸۴\hat j)N$

۲●- دو نیروی افقی بر یک قطعهٔ ۲/۰ کیلوگرمی که می‌تواند روی سطح بدون اصطکاکی واقع در صفحهٔ xy بلغزد، اثر می‌کنند. یکی از نیروها $\vec F_1 = (۳/۰ N)\hat i + (۴/۰ N)\hat j$ است. هرگاه نیروی دیگر برابر باشد با (الف) $\vec F_2 = (-۳/۰ N)\hat i + (-۴/۰ N)\hat j$، (ب) $\vec F_2 = (-۳/۰ N)\hat i + (۴/۰ N)\hat j$ و (پ) $\vec F_2 = (۳/۰ N)\hat i + (-۴/۰ N)\hat j$ شتاب قطعه را برحسب بردارهای یکه پیدا کنید.

حل: طبق قانون دوم نیوتن را برای حالت به کار می‌بریم

(الف) $\vec F_{net} = (۳\hat i + ۴\hat j) + (-۳\hat i - ۴\hat j) = ۰ \Rightarrow \vec a = ۰$

(ب) $\vec F_{net} = (۳\hat i + ۴\hat j) + (-۳\hat i + ۴\hat j) = ۸\hat j N$

$$\vec a = \frac{\vec F_{net}}{m} = \frac{۸\hat j}{۲} = ۴\hat j\, m/s^2$$

(پ) $\vec F_{net} = (۳\hat i + ۴\hat j) + (۳\hat i - ۴\hat j) = ۶\hat i N$

$$\vec a = \frac{\vec F_{net}}{m} = \frac{۶\hat i}{۲} = ۳\hat i\, m/s^2$$

۳●- تنها دو نیروی افقی بر جسمی به جرم ۳/۰kg اثر می‌کنند: یک نیرو به بزرگی ۹/۰N به طرف شرق، و نیروی دیگر به بزرگی ۸/۰N در زاویهٔ ۶۲° شمال غرب. بزرگی شتاب جسم چقدر است؟

حل: $\sum \vec F = m\vec a \Rightarrow \vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a$

$$F_1\hat i + [-F_2\cos\theta\,\hat i + F_2\sin\theta\,\hat j] = m\vec a$$

$$۹\hat i + [-۸(\cos ۶۲°)\hat i + ۸(\sin ۶۲°)\hat j] = ۳\vec a$$

$$۵/۲۴\hat i + ۷/۰۶\hat j = ۳\vec a$$

$$\vec a = (۱/۷۵\hat i + ۲/۳۵\hat j) m/s^2$$

در نتیجه

$$a = \sqrt{(۱/۷۵)^2 + (۲/۳۵)^2} = ۲/۹۳ m/s^2$$

۴●●- جسمی به جرم ۲/۰۰kg بر اثر سه نیروی وارد بر آن، شتاب $\vec a = -(۸/۰۰ m/s^2)\hat i + (۶/۰۰ m/s^2)\hat j$ را به دست آورده است. اگر دو نیرو از این سه نیرو $\vec F_1 = (۳۰/۰ N)\hat i + (۱۶/۰ N)\hat j$ و $\vec F_2 = -(۱۲/۰ N)\hat i + (۸/۰۰ N)\hat j$ باشند، نیروی سوم را پیدا کنید.

حل: طبق قانون دوم نیوتن داریم

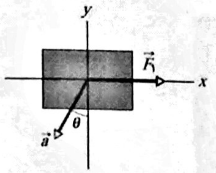
$$\vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 = m\vec a$$

$$(۳۰\hat i + ۱۶\hat j) + (-۱۲\hat i + ۸\hat j) + \vec F_3 = (۲)(-۸\hat i + ۶\hat j)$$

$$= -۱۶\hat i + ۱۲\hat j$$

$$\vec F_3 = (-۳۴\hat i - ۱۲\hat j)N$$

۵●●- دو نیرو بر جعبه‌ای به جرم ۲/۰۰kg وارد می‌شوند که در شکل ۵-۳۱ دید از بالای آن فقط با یک نیرو نشان داده شده است. به ازای $F_1 = ۲۰/۰ N$، $a = ۱۲/۰ m/s^2$، و $\theta = ۳۰/۰°$، نیروی دوم را (الف) برحسب بردارهای یکه و برحسب (ب) بزرگی و (پ) زاویه نسبت به جهت مثبت محور x به دست آورید. SSM



شکل ۵-۳۱ مسئلهٔ ۵

حل: (الف)

$$\vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a$$

$$F_1 + F_{2x} = -ma\sin\theta \Rightarrow ۲۰ + F_{2x} = -(۲)(۱۲)(\sin ۳۰°)$$

$$= -۱۲$$

$$F_{2x} = -۳۲ N$$

$$۰ + F_{2y} = -ma\cos\theta \Rightarrow F_{2y} = -(۲)(۱۲)(\cos ۳۰°)$$

$$= -۲۰/۸ N$$

$$\vec F_2 = (-۳۲\hat i - ۲۰/۸\hat j)N$$

(ب) $F_2 = \sqrt{(-۳۲)^2 + (-۲۰/۸)^2} = ۳۸/۲ N$

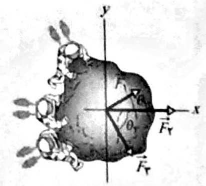
(پ) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-۲۰/۸}{-۳۲}\right) = ۲۱۳°$

۶●●- وقتی دو نیرو بر ذره‌ای اثر کنند، این ذره با سرعت ثابت $\vec v = (۳ m/s)\hat i - (۴ m/s)\hat j$ حرکت می‌کند. یکی از نیروها $\vec F_1 = (۲N)\hat i + (-۶N)\hat j$ است. نیروی دیگر چیست؟ GO

حل: ذره تحت این دو نیرو با سرعت ثابت حرکت می‌کند در نتیجه داریم

$\vec F_1 + \vec F_2 = ۰$ $\vec F_2 = -\vec F_1 = (-۲\hat i + ۶\hat j)N$

۷●●- سه فضانورد با موتورهای موشکی که به پشت بسته‌اند به پیش رانده می‌شوند و سیارکی ۱۲۰ کیلوگرمی را هل می‌دهند و با وارد آوردن نیروهایی که در شکل ۵-۳۱ نشان داده شده‌اند آن را به سوی محل از پیش تعیین شده‌ای هدایت می‌کنند. $F_1 = ۳۲N$، $F_2 = ۵۵N$، $F_3 = ۴۱N$، $\theta_1 = ۳۰°$ و $\theta_3 = ۶۰°$ است. شتاب سیارک را (الف) برحسب بردارهای یکه و برحسب (ب) بزرگی و (پ) زاویه نسبت به جهت مثبت محور x به دست آورید. GO



شکل ۵-۳۲ مسئلهٔ ۷

حل:

$$\vec F_1 + \vec F_2 + \vec F_3 = m\vec a$$

$$۳۲(\cos ۳۰°\hat i + \sin ۳۰°\hat j) + ۵۵(\cos ۰°\hat i + \sin ۰°\hat j) +$$

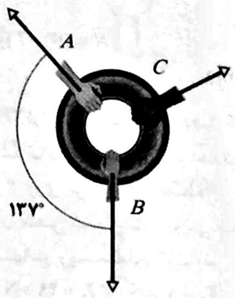
$$۴۱[\cos(-۶۰°)\hat i + \sin(-۶۰°)\hat j] = (۱۲۰)\vec a$$

$$\Rightarrow \vec a = (۰/۸۶\hat i - ۰/۱۶\hat j) m/s^2$$

(ب) $a = \sqrt{(۰/۸۶)^2 + (-۰/۱۶)^2} = ۰/۸۸ m/s^2$

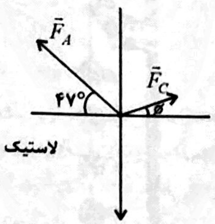
(پ) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-۰/۱۶}{۰/۸۶}\right) = -۱۰/۵°$

۸●●- در یک مسابقهٔ زورآزمایی در دو بعد نفرات A، B و C لاستیک اتومبیلی را به طور افقی با زاویه‌های نشان داده شده در دید از بالای شکل ۵-۳۳ می‌کشند. با وجود این سه نیروی کششی لاستیک در حال سکون باقی می‌ماند. A با نیروی $\vec F_A$ به بزرگی ۲۲۰N، C با نیروی $\vec F_C$ به بزرگی ۱۷۰N لاستیک را می‌کشد. جهت $\vec F_C$ داده نشده است. بزرگی نیروی $\vec F_B$ چقدر است؟



شکل ۵-۳۳ مسئلهٔ ۸

حل: چون لاستیک اتومبیل ساکن باقی می‌ماند لذا $\vec a = ۰$ در نتیجه داریم



$$\vec F_A + \vec F_B + \vec F_C = ۰$$

$$\vec F_B = -\vec F_A - \vec F_C$$

برای مؤلفهٔ x داریم

$$F_{Bx} = -F_{Ax} - F_{Cx}$$

$$۰ = -F_A\cos ۱۳۳° - F_c\cos\phi$$

$$۰ = -(۲۲۰)(\cos ۱۳۳°) - (۱۷۰)\cos\phi \Rightarrow \phi = ۲۸/۰۴°$$

حال مؤلفهٔ y را در نظر می‌گیریم

$$F_{By} = -F_{Ay} - F_{Cy}$$

$$F_B = (۲۲۰)\sin ۴۷° + (۱۷۰)\sin ۲۸/۰۴ = ۲۴۱N$$

۹●●- جسمی به جرم ۲/۰kg توسط نیروی متغیری در امتداد محور x به جلو رانده می‌شود. مکان ذره با $x = ۳/۰ m + (۴/۰ m/s)t + ct^2 - (۲/۰ m/s^3)t^3$ داده می‌شود که x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. ضریب c ثابت است. در لحظهٔ $t = ۳/۰s$، نیروی وارد بر جسم دارای بزرگی ۳۶N است و در جهت منفی محور x قرار دارد. c چقدر است؟

حل:

$$x = ۳ + ۴t + ct^2 - ۲t^3$$

$$v = \frac{dx(t)}{dt} = ۴ + ۲ct - ۶t^2$$

$$a = \frac{dv(t)}{dt} = ۲c - ۱۲t$$

$$F = ma \Rightarrow F = m(۲c - ۱۲t)$$

به ازای $t = ۳s$

$$-۳۶ = (۲)(۲c - ۱۲\times۳) = ۴c - ۷۲ \Rightarrow C = ۹ m/s^2$$

۱۰●●●- ذره‌ای به جرم ۰/۱۵۰kg بنا بر رابطهٔ $x(t) = -۳/۰۰ + ۲/۰۰t + ۴/۰۰t^2 - ۳/۰۰t^3$، که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است، در راستای محور x حرکت می‌کند. نیروی خالصی را که در $t = ۳/۴۰s$ بر ذره وارد می‌شود برحسب بردارهای یکه به دست آورید.

حل:

$$x(t) = -۳ + ۲t + ۴t^2 - ۳t^3$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = ۲ + ۸t - ۹t^2$$

$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = ۸ - ۱۸t$ $F = ma = m(۸ - ۱۸t)$

به ازای $t = ۳/۴s$ داریم

$$F = (۰/۱۵)(۸ - ۱۸\times۳/۴) = -۸N$$

۱۱●●- ذره‌ای به جرم ۰/۳۴۰ kg در صفحهٔ xy بنا بر رابطه‌های $x(t) = -۱۵/۰۰ + ۲/۰۰t - ۴/۰۰t^3$ و $y(t) = ۲۵/۰۰ + ۷/۰۰t - ۹/۰۰t^2$ حرکت می‌کند که x و y برحسب متر و t برحسب ثانیه است. در $t = ۰/۷۰۰s$، مطلوب است تعیین (الف) بزرگی و (ب) زاویهٔ (نسبت به جهت مثبت محور x) نیروی خالص وارد بر ذره. (پ) زاویهٔ جهت حرکت ذره چقدر است؟

حل: (الف)

$$x(t) = -۱۵ + ۲t - ۴t^3$$

$$y(t) = ۲۵ + ۷t - ۹t^2$$

$v_x(t) = ۲ - ۱۲t^2$ $a_x(t) = -۲۴t$

$v_y(t) = ۷ - ۱۸t$ $a_y = -۱۸$

به ازای $t = ۰/۷s$

$$F_x = ma_x(t) = (۰/۳۴)(-۲۴)(۰/۷) = -۵/۷N$$

$$F_y = ma_y = (۰/۳۴)(-۱۸) = -۶/۱۲N$$

$$F = \sqrt{(-۵/۷)^2 + (-۶/۱۲)^2} = ۸/۳۶N$$

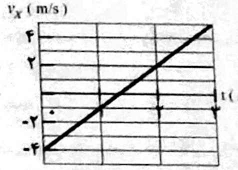
(ب) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-۶/۱۲}{-۵/۷}\right) = ۲۲۰°$

(پ) $v_x(۰/۷) = ۲ - ۱۲(۰/۷)^2 = -۳/۸۸$

$$v_y(۰/۷) = ۷ - ۱۸(۰/۷) = -۵/۶$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-۵/۶}{-۳/۸۸}\right) = ۲۳۵°$$

●●●۱۲- دو نیروی افقی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ بر قرصی به جرم ۴/۰kg که روی سطح یخ بدون اصطکاکی می‌لغزد، اثر کرده‌اند. یک دستگاه مختصات xy بر سطح نهاده شده است. نیروی $\vec{F}_۱$ در جهت مثبت محور x و به بزرگی ۷/۰N است. بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ برابر ۹/۰N است. شکل ۵-۳۴ مؤلفهٔ x سرعت قرص، v_x، را برحسب تابعی از زمان در حین لغزش نشان می‌دهد. زاویهٔ بین جهتهای ثابت نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ چقدر است؟

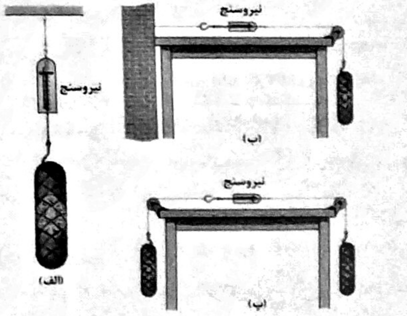


شکل ۵-۳۴ مسئلهٔ ۱۲

حل: می‌توان از شیب نمودار شتاب a_x را به دست آورد که برابر $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{۵-(-۴)}{۳} = ۳\,m/s^۲$ است و زاویهٔ میان $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ را θ در نظر می‌گیریم و از قانون دوم نیوتون برای محور x می‌توان نوشت

$$F_۱ + F_۲ \cos\theta = m a_x$$
$$۷ + ۹\cos\theta = (۴)(۳) \Rightarrow \cos\theta = ۰/۵۶$$
$$\theta = ۵۶/۲۵°$$

●۱۳- بسته کالباس بزرگی به جرم ۱۱/۰kg توسط ریسمانی از یک نیروسنج آویخته شده و این نیروسنج خود توسط ریسمان دیگری از سقف آویزان شده است (شکل ۵-۳۵ الف). نیروسنج که برحسب یکاهای وزن مدرج شده چه عددی را نشان می‌دهد؟ (ب) در شکل ۵-۳۵ ب، کالباس با ریسمانی که از روی قرقره‌ای عبور کرده و به نیروسنج وصل شده، آویزان است. انتهای دیگر نیروسنج با ریسمان دیگری به دیوار متصل شده است. نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ (پ) در شکل ۵-۳۵ پ نیروسنج به جای دیوار به کالباس دیگری به جرم ۱۱/۰kg وصل شده است و کل دستگاه در حال سکون قرار دارد. نیروسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟ SSM



شکل ۵-۳۵ مسئلهٔ ۱۳

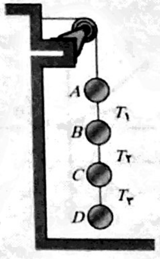
حل: (الف) تا (پ) نکتهٔ قابل توجه این است که در هر سه مورد نیروسنج ساکن است چون نیروهای یکسانی بر آن وارد می‌شود. نیروسنج بزرگی نیروها را نشان می‌دهد. چون کشش ریسمان برابر با وزن کالباس است و کالباس دارای شتاب نیست لذا نیروسنج در هر سه حالت وزن کالباس، mg را نشان می‌دهد یعنی $(۱۱)(۹/۸) = ۱۰۷/۸N$.

●۱۴- قطعه‌ای به وزن ۳/۰N روی سطحی افقی به حالت سکون قرار دارد. نیروی روبه بالایی به بزرگی ۱/۰N به وسیلهٔ یک ریسمان عمودی که به قطعه متصل شده است، به آن اثر می‌کند. مطلوب است (الف) بزرگی و (ب) جهت نیرویی که از قطعه بر سطح افقی وارد می‌شود.

حل: سه نیرو بر قطعه وارد می‌شود، نیروی وزن رو به پایین، کشش ریسمان رو به بالا و نیروی عمود بر سطح رو به بالا، لذا می‌توان نوشت

$$T\hat{j} + N\hat{j} - W\hat{j} = ۰ \qquad \vec{N} = (W - T)\hat{j}$$
$$\vec{N} = (۳-۱)\hat{j} = ۲\hat{j}N$$

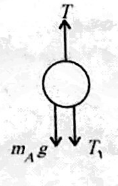
●۱۵- شکل ۵-۳۶ آرایشی را نشان می‌دهد که در آن چهار قرص توسط ریسمانهایی آویخته شده‌اند. بلندترین ریسمان که در بالا قرار دارد از روی قرقرهٔ بدون اصطکاکی می‌گذرد و به دیواره‌ای که به آن متصل شده است نیرویی به بزرگی ۹۸N وارد می‌کند. کششها در ریسمانهای کوتاه‌تر به این قرارند: $T_۱ = ۵۸/۸N$ ،$T_۲ = ۴۹/۰N$ و $T_۳ = ۹/۸N$. جرم (الف) قرص A، (ب) قرص B، (پ) قرص C و (ت) قرص D چقدر است؟



شکل ۵-۳۶ مسئلهٔ ۱۵

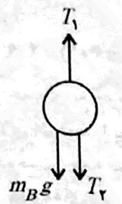
حل: دستگاه ساکن است.

(الف) نیروهای وارد بر قرص A چنین است.



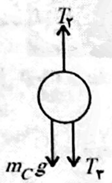
$$T = T_۱ + m_A g$$
$$۹۸ = ۵۸/۸ + m_A(۹/۸) \Rightarrow m_A = ۴kg$$

(ب) برای قرص B داریم



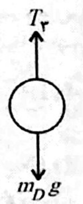
$$T_۱ = T_۲ + m_B g$$
$$۵۸/۸ = ۴۹ + m_B(۹/۸) \Rightarrow m_B = ۱kg$$

(پ) برای قرص C داریم



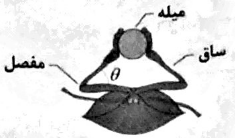
$$T_۲ = T_۳ + m_c g$$
$$۴۹ = ۹/۸ + m_c(۹/۸) \Rightarrow m_c = ۴kg$$

(ت) برای قرص D داریم



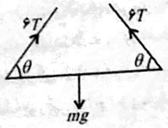
$$T_۳ = m_D g$$
$$۹/۸ = m_D(۹/۸) \Rightarrow m_D = ۱kg$$

●●۱۶- بعضی از حشرات می‌توانند در زیر یک میلهٔ باریک (از قبیل شاخهٔ یک درخت) با آویزان شدن به آن راه بروند. فرض کنید که چنین حشره‌ای به جرم m مانند آنچه که در شکل ۵-۳۷ نشان داده شده است از یک میلهٔ افقی با زاویهٔ $\theta = ۴۰°$ آویخته شده باشد. هر شش پای حشره تحت کشش یکسانی هستند، و آن بخشهایی از پا که به بدن حشره نزدیکترند حالت افقی دارند. (الف) نسبت کشش در هر ساق (بخش جلویی پا) به وزن حشره چقدر است؟ (ب) اگر حشره پاهای خود را رو به بیرون، قدری راست کند آیا کشش در هر ساق افزایش می‌یابد یا کاهش یا بدون تغییر باقی می‌ماند؟



شکل ۵-۳۷ مسئلهٔ ۱۶

حل: (الف) برآیند نیروها در راستای قائم باید صفحه باشد تا حشر در جای خود باقی بماند. از طرفی هر پا از ۳ قسمت درست شده است.



$$۶T\sin\theta - mg = ۰ \Rightarrow ۶T\sin\theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{۶\sin\theta}$$

$$\frac{T}{mg} = \frac{۱}{۶\sin\theta}\frac{۱}{۶\sin(۴۰°)} = ۰/۲۵۹$$

(ب) اگر حشره پاهای خود را رو به بیرون اندکی راست کند، مقدار θ زیاد می‌شود. پس $\sin\theta$ هم زیاد می‌شود، بنابراین، میزان کشش T کاهش می‌یابد.

●۱۷- شخصی در یک پارک تفریحی سوار اتاقکی می‌شود که به کابلی بسته شده است و می‌تواند در جهت منفی محور y با شتاب ۱/۲۴g که $g = ۹/۸\,m/s^۲$ است به سمت پایین کشیده شود. یک سکهٔ ۰/۵۶۷ گرمی روی زانوی شخصی قرار دارد. شتاب سکه پس از شروع حرکت و برحسب نمادگذاری بردار یکه نسبت به (الف) زمین و (ب) شخص چقدر است؟ (پ) چقدر طول می‌کشد تا سکه به سقف اتاقک که ۲/۲۰m بالاتر از زانوی شخص واقع است، برسد؟ با نمادگذاری بردار یکه (ت) نیروی واقعی روی سکه و(ث) نیروی ظاهری که شخص شتاب سکه را اندازه می‌گیرد چقدر است؟

حل: (الف) سکه نسبت به زمین، سقوط آزاد دارد. پس شتاب سکه $-۹/۸\hat{j}m/s^۲$ است، نسبت به زمین.

(ب) شتاب سکه نسبت به شخص، یک شتاب نسبی است. یعنی

$$۱/۲۴g - g = ۰/۲۴g = ۲/۳۵\,m/s^۲$$
$$\vec{a}_{نسبی} = ۲/۳۵\,m/s^۲\hat{j}$$

(پ) شتاب نسبی، سکه برابر است با:

$$a_{نسبی} = ۲/۳۵\,m/s^۲$$

بنابراین داریم:

$$y = \frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow t = \sqrt{\frac{۲y}{a}} = \sqrt{\frac{۲\times ۲/۲}{۲/۳۵}} = ۱/۳۷s$$

(ت) سکه سقوط آزاد می‌کند، پس نیروی واقعی وارد بر آن نیروی وزن سکه است:

$$\vec{F} = m\vec{g} = -۰/۵۶۷\times ۱۰^{-۳}\times ۹/۸\hat{j} = (-۵/۵۶\times ۱۰^{-۲}N)\hat{j}$$

(ث) برای نیروی ظاهری از شتاب نسبی استفاده می‌کنیم.

$$\vec{N} = m\vec{a}_{نسبی} = (۰/۵۵۶\times ۱۰^{-۳})(۲/۳۵\hat{j}) = ۱/۳\times ۱۰^{-۳}N$$

●۱۸- تارزان با وزن ۸۲۰N در حالی که انتهای یک شاخهٔ درخت مو به طول ۲۰m را که با راستای قائم زاویهٔ ۲۲° می‌سازد در دست دارد، از روی صخره‌ای تاب می‌خورد. فرض

کنید محور x به طور افقی از لبهٔ صخره دور می‌شود و محور y رو به بالاست. درست در لحظهٔ پریدن از صخره، کشش شاخهٔ درخت ۷۶۰ N است. در این لحظهٔ (الف) نیروی وارد به تارزان از طرف شاخهٔ درخت و (ب) نیروی خالص وارد به او برحسب بردارهای یکه چیست؟ نیروی خالص وارد شده به تارزان برحسب (پ) بزرگی و (ت) زاویه نسبت به جهت مثبت محور x چیست؟ (ث) بزرگی و (ج) زاویهٔ شتاب تارزان چقدر است؟

حل: (الف) منظور بردار کشش شاخه‌ای درخت است که بر تارزان وارد می‌شود و دارای دو مؤلفه است

$$\vec T = T\cos 68^\circ \hat i + T\sin 68^\circ \hat j = (760)(\cos 68^\circ)\hat i + (760\sin 68^\circ)\hat j = (284.7\hat i + 704.7\hat j) N$$

(ب) در اینجا باید دو نیرو را در نظر گرفت، یکی نیروی وزن و دیگری نیروی کشش شاخه‌ای درخت.

$$\vec F_{net} = \vec T + \vec W = (284.7\hat i + 704.7\hat j) - 820\hat j = (284.7\hat i - 115.34\hat j) N$$

(پ) بزرگی $\vec F_{net}$ برابر است با

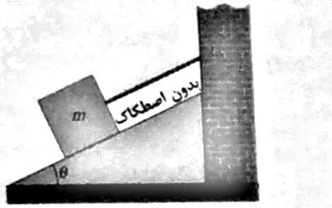
$$F_{net} = \sqrt{(284.7)^2 + (-115.34)^2} = 307.2 N$$

(ت) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-115.34}{284.7}\right) = -22^\circ$

(ث) $F_{net} = \left(\frac{W}{g}\right)a \Rightarrow 307.2 = \left(\frac{820}{9.8}\right)a \Rightarrow a = 3.67 m/s^2$

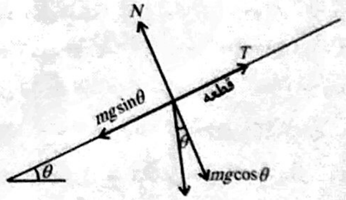
(ج) جهت شتاب در همان جهت نیرو است یعنی 22° زیر خط افق.

●۱۹- در شکل ۵-۳۸، فرض کنید جرم قطعه ۸/۵kg و زاویهٔ θ برابر 30° باشد. مطلوب است (الف) کشش ریسمان و (ب) نیروی عمودی وارد بر قطعه. (پ) اگر ریسمان قطع شود، بزرگی شتابی را که قطعه کسب می‌کند به دست آورید. SSM WWW



شکل ۵-۳۸ مسئلهٔ ۱۹

حل: (الف) نمودار آزاد را در نظر می‌گیریم

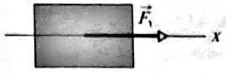


$$T = mg\sin\theta = (8.5)(9.8)\sin 30^\circ = 41.65 N$$
$$N = mg\cos\theta = (8.5)(9.8)\cos 30^\circ = 72.14 N$$

(ب) وقتی ریسمان بریده می‌شود، $T = 0$ لذا داریم

$$mg\sin\theta = ma$$
$$a = g\sin\theta = (9.8)(\sin 30^\circ) = 4.9 m/s^2$$

●۲۰- دو نیروی افقی بر جعبه‌ای به جرم ۲/۰kg اثر می‌کنند که در شکل ۵-۳۹ دید از بالای آن فقط با یک نیرو (به بزرگی $F_1 = 20N$) نشان داده شده است. جعبه در امتداد محور x حرکت می‌کند. به ازای هر یک از اندازه‌های زیر برای شتاب a_x جعبه: (الف) ۱۰m/s²، (ب) ۲۰m/s²، (پ) ۰، (ت) ۱۰m/s²-، و (ث) ۲۰m/s²-، نیروی دوم را برحسب بردارهای یکه به دست آورید.



شکل ۵-۳۹ مسئلهٔ ۲۰

حل: (الف) $a_1 = 10 m/s^2$

$$\vec F_1 + \vec F_2 = m\vec a_1 \Rightarrow \vec F_2 = m\vec a_1 - \vec F_1$$
$$\vec F_2 = (2)(10\hat i) - 20\hat i = 0$$

(ب) $a_2 = 20 m/s^2$

$$\vec F_2 = (2)(20\hat i) - 20\hat i = 20\hat i N$$

(پ) $a_3 = 0$

$$\vec F_2 = 0 - 20\hat i = -20\hat i N$$

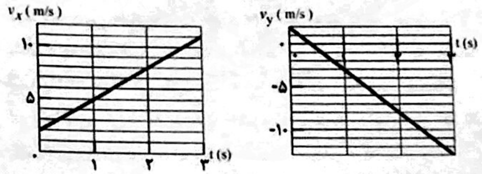
(ت) $a = -10 m/s^2$

$$\vec F_2 = (2)(-10\hat i) - 20\hat i = -40\hat i N$$

(ث) $a = -20 m/s^2$

$$\vec F_2 = (2)(-20\hat i) - 20\hat i = -60\hat i N$$

●۲۱- نیروی افقی ثابت $\vec F_a$ بسته‌ای به جرم ۲/۰۰kg را در امتداد یک کف بدون اصطکاک که روی آن یک دستگاه مختصات xy رسم شده است، هل می‌دهد. شکل ۵-۴۰ مؤلفه‌های x و y سرعت بسته را برحسب زمان نشان می‌دهد. (الف) بزرگی و (ب) جهت $\vec F_a$ چیست؟



شکل ۵-۴۰ مسئلهٔ ۲۱

حل: (الف) ابتدا با استفاده از شیب نمودارها در شکل شتاب را به دست می‌آوریم

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{11-2}{3-0} = 3 m/s^2$$

و

$$a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{-13-2}{3-0} = -5 m/s^2$$

در نتیجه داریم

$$\vec a = (3\hat i - 5\hat j) m/s^2$$
$$\vec F = m\vec a = (6\hat i - 10\hat j) N$$

$$F = \sqrt{(6)^2 + (-10)^2} = 11.7 N$$

(ب) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-10}{6}\right) = -59^\circ$

●۲۲- جان ماسیس بلژیکی در سال ۱۹۷۴ موفق شد با دندان نظاری به وزن ۷۰۰ kN (تقریباً ۸۰ تن) را به طول یک متر روی ریل افقی بکشد. فرض کنید نیرویی که او وارد می‌کند ثابت و ۲/۵ برابر وزن خود اوست و با زاویهٔ θ برابر 30° نسبت به افق قرار دارد. جرم او ۸۰kg است. با چشم‌پوشی از نیروهای کندکننده در حین چرخش چرخها، تندی قطار را در انتهای یک متر به دست آورید. [redacted]

حل: نیرویی که جان ماسیس وارد می‌کند برابر است با

$$F = (2.5)W = 2.5(mg) = 2.5(80)(9.8) = 1960 N$$

و جرم قطار برابر است با

$$M = \frac{700\times10^3}{9.8} = 7.1\times10^4 kg$$
$$F\cos\theta = Ma \Rightarrow 1960\cos 30^\circ = (7.1\times10^4)a$$
$$a = 1.38\times10^{-2} m/s^2$$
$$v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow v = \sqrt{2(1.38\times10^{-2})(1)} = 0.17 m/s$$

●۲۳- *فشار تابشی خورشید.* یک «قایق خورشیدی» فضاپیمایی با یک بادبان بزرگ است که به وسیلهٔ نور خورشید به جلو رانده می‌شود. اگرچه چنین نیرویی در مقیاس عادی بسیار کوچک است، ولی برای فرستادن فضاپیمایی به بیرون از فضای اطراف خورشید در یک سفر رایگان ولی آهسته، به حد کافی بزرگ است. فرض کنید جرم فضاپیما ۹۰۰kg باشد و نیروی ۲۰N بر آن وارد آید. (الف) بزرگی شتابی که فضاپیما به آن می‌رسد چقدر است؟ اگر فضاپیما از حالت سکون شروع به حرکت کرده باشد (ب) در یک روز چقدر حرکت می‌کند؟ و (پ) در آن زمان تندی آن چقدر است؟

حل: (الف)

$$F = ma \Rightarrow 20 = 900a \Rightarrow a = 0.022 m/s^2$$

(ب) $x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(0.022)(24\times3600)^2 = 8.21\times10^7 m$

(پ) $v = at = (0.022)(24\times3600) = 1.9\times10^3 m/s$

●۲۴- وقتی قلاب ماهیگیری به یک ماهی گیر می‌کند کششی به نخ آن وارد می‌شود که به آن عموماً «قدرت» نخ می‌گویند. اگر یک ماهی قزل‌آلا به وزن ۸۵N در ابتدا با تندی ۲/۸m/s حرکت کند، قدرت کمینهٔ نخ برای آنکه ماهی را پس از طی مسافت ۱۱cm متوقف کند چقدر است؟ فرض کنید شتاب ثابت است.

حل: اگر کشش نخ افقی و ماهی نیز در حال دور شدن باشد تنها نیروی کشش نخ است که بر ماهی وارد می‌شود و به آن شتاب منفی می‌دهد.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$
$$0 - (2.8)^2 = 2(a)(0.11) \Rightarrow a = -35.64 m/s^2$$

حال می‌توان قدرت کمینهٔ نخ را به دست آورد

$$T = m|a| = \left(\frac{85}{9.8}\right)(35.64) = 309.1 N$$

●۲۵- یک موشک به جرم ۵۰۰kg می‌تواند در مدت ۱/۸s با آهنگ ثابتی از حالت سکون تا تندی ۱۶۰۰km/h شتاب بگیرد. بزرگی نیروی خالص مورد نیاز چقدر است؟ SSM

حل: ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم

$$v = 1600 km/s = 444.4 m/s$$
$$v = at \Rightarrow 444.4 = a(1.8) \Rightarrow a = 247 m/s^2$$

حال می‌توان نیرو را محاسبه کرد

$$F = ma = (500)(247) = 123500 N$$

●۲۶- اتومبیلی که با تندی ۵۳km/h حرکت می‌کند با پایهٔ یک پل تصادف می‌کند. مسافر درون اتومبیل ۶۵cm رو به جلو (نسبت به جاده) پرتاب و توسط کیسهٔ هوای باد شده ساکن می‌شود. اگر جرم بالا تنهٔ او ۴۱kg باشد، بزرگی نیرویی که بر او وارد می‌شود (با فرض ثابت بودن) چقدر است؟

حل: $v_0 = 53 km/h = 14.7 m/s$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$
$$0 - (14.7)^2 = 2a(0.65) \Rightarrow a = -166.8 m/s^2$$

بزرگی نیرو برابر است با

$$F = ma = (41)(166.8) = 6835 N$$

●۲۷- یک مأمور آتش‌نشانی به وزن ۷۱۲N با شتاب رو به پایین ۳/۰۰m/s² از تیر قائمی به پایین می‌لغزد. (الف) بزرگی و (ب) جهت (رو به بالا یا به پایین) نیروی قائم وارد به مأمور آتش‌نشانی از طرف تیر چیست؟ (پ) بزرگی و (ت) جهت نیروی قائم وارد به تیر از طرف مأمور آتش‌نشانی چیست؟

حل: (الف) $mg - f_k = ma$

$$712 - f_k = \left(\frac{712}{9.8}\right)(3) \Rightarrow f_k = 494 N$$

(ب) جهت نیرو به سمت بالاست

(پ) و (ت) طبق قانون سوم نیوتون این نیرو برابر با ۴۹۴N ولی در جهت مقابل است.

●۲۸- بادهای تند اطراف گردباد می‌تواند اجسامی را به طرف درختان، سقف ساختمانها و حتی علائم راهنمایی فلزی پرتاب کند. در یک شبیه‌سازی در آزمایشگاه، چوب خلال دندان با یک تفنگ بادی به سمت شاخهٔ بلوط پرتاب شد. جرم خلال دندان ۰/۱۳g، تندی آن قبل از وارد شدن به شاخه ۲۲۰ m/s و عمق نفوذ آن برابر ۱۵mm بود. اگر تندی آن با آهنگ ثابتی کاهش یافته باشد، بزرگی نیرویی که شاخه بر خلال دندان وارد کرده چقدر بوده است؟ [redacted]

حل: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$$0-(220)^2 = 2a(15\times10^{-3}) \Rightarrow a = 1.6\times10^6 m/s^2$$

$F = ma = (۰/۱۳\times۱۰^{-۳})(۱/۶\times۱۰^{۶}) = ۲۰۸\,N$

●۲۹- الکترونی با تندی $۱/۲\times۱۰^{۷}m/s$ به طور افقی وارد ناحیه‌ای می‌شود که بر آن نیروی قائم ثابت $۴/۵\times۱۰^{-۱۶}N$ اثر می‌کند. جرم الکترون $۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}kg$ است. مسافت قائمی که الکترون در حین پیمودن $۳۰mm$ به طور افقی، منحرف می‌شود چقدر است؟ SSM

حل: مسئله را می‌توان یک حرکت پرتابی افقی در نظر گرفت. ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم.

$F = ma \Rightarrow ۴/۵\times۱۰^{-۱۶} = ۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}a$

$a = ۴/۹\times۱۰^{۱۴}\ m/s^{۲}$

$$y = \frac{a}{۲v_۰^{۲}}x^{۲} = \frac{۴/۹\times۱۰^{۱۴}}{۲(۱/۲\times۱۰^{۷})^{۲}}(۰/۰۳)^{۲} = ۱/۵\times۱۰^{-۳}\ m$$

●۳۰- اتومبیلی به وزن $۱/۳۰\times۱۰^{۴}\,N$ که در حال حرکت با تندی $۴۰km/h$ است ترمز می‌کند و پس از پیمودن $۱۵m$ متوقف می‌شود. با فرض آنکه نیرویی که اتومبیل را متوقف می‌کند ثابت باشد، (الف) بزرگی این نیرو و (ب) زمان لازم برای تغییر تندی اتومبیل را پیدا کنید. اگر تندی اولیه دو برابر شود و به اتومبیل در حین ترمز همان نیرو وارد شود (پ) مسافت توقف و (ت) زمان توقف چند برابر می‌شوند؟ (این می‌تواند درسی دربارهٔ خطرهای رانندگی با تندیهای بالا باشد.)

حل: (الف) ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم

$v_۰ = ۴۰\,km/h = ۱۱/۱m/s$

$v^{۲} - v_۰^{۲} = ۲a\Delta x$

$۰ - (۱۱/۱)^{۲} = ۲a(۱۵) \Rightarrow a = -۴/۱۲m/s^{۲}$

و بزرگی نیرو برابر است با

$$F = m|a| = \left(\frac{۱/۳\times۱۰^{۴}}{۹/۸}\right)(۴/۱۲) = ۵۴۵۳\,N$$

(ب) $v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۴/۱۲t + ۱۱/۱ \Rightarrow t = ۲/۷s$

(پ) $v_۰ = ۲(۱۱/۱) = ۲۲/۲$ و $a = -۴/۱۲m/s^{۲}$

$v^{۲} - v_۰^{۲} = ۲a\Delta x$

$۰ - (۲۲/۲)^{۲} = ۲(-۴/۱۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۶۰\,m$

(ت) $v = at + v_۰$

$۰ = (-۴/۱۲)t + ۲۲/۲ \Rightarrow t = ۵/۴s$

●●۳۱- سرعت جسمی به جرم $۳/۰۰kg$ با رابطهٔ $\vec{v} = (۸/۰۰t\hat{i} + ۳/۰۰t^{۲}\hat{j})m/s$ داده شده است که در آن t برحسب ثانیه است. در لحظه‌ای که نیروی خالص وارد شده بر جسم دارای بزرگی $۳۵/۰N$ است، مطلوب است تعیین جهت (نسبت به جهت مثبت محور x)، (الف) نیروی خالص و (ب) حرکت جسم.

حل:

$\vec{v} = ۸t\hat{i} + ۳t^{۲}\hat{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = ۸\hat{i} + ۶t\hat{j}$

$\vec{F} = m\vec{a} = ۳(۸\hat{i} + ۶t\hat{j}) = ۲۴\hat{i} + ۱۸t\hat{j}$

$F = \sqrt{(۲۴)^{۲} + (۱۸t)^{۲}}$

$(۳۵)^{۲} = (۲۴)^{۲} + (۱۸t)^{۲} \Rightarrow ۱۲۲۵ = ۵۷۶ + ۳۲۴t^{۲}$

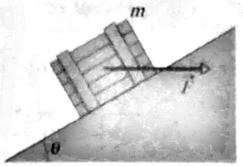
$\Rightarrow t = ۱/۴s$

(الف) $\vec{F}_{net}(۱/۴) = ۲۴\hat{i} + ۱۸(۱/۴)\hat{j} = ۲۴\hat{i} + ۲۵/۲\hat{j}$

(ب) $\vec{v}(۲) = ۸(۱/۴)\hat{i} + ۳(۱/۴)^{۲}\hat{j} = ۱۱/۲\hat{i} + ۵/۸۸\hat{j}$

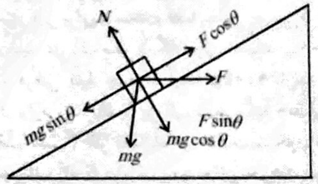
$$\theta = \tan^{-۱}\left(\frac{۵/۸۸}{۱۱/۲}\right) = ۲۷/۷۱°$$

●۳۲- در شکل ۵-۴۱ صندوقی به جرم $m=۱۰۰kg$ با تندی ثابت روی سطح شیبدار $(\theta=۳۰°)$ بدون اصطکاکی توسط یک نیروی افقی $\vec{F}$، رو به بالا هل داده می‌شود. بزرگیهای (الف) نیروی $\vec{F}$ و (ب) نیروی وارد بر صندوق از طرف سطح شیبدار چقدر است؟



شکل ۵-۴۱ مسئلهٔ ۳۲

حل: نیروها را مشخص کرده و تجزیه می‌کنیم



(الف) با توجه به اینکه تندی ثابت است لذا $a=۰$ است و داریم

$F\cos\theta - mg\sin\theta = ۰$

$F\cos ۳۰° - (۱۰۰)(۹/۸)\sin ۳۰° = ۰ \quad F = ۵۶۵/۸N$

(ب) نیرویی که سطح به صندوق وارد می‌کند از رابطه زیر به دست می‌آید

$N - mg\cos\theta - F\sin\theta = ۰$

$N = (۱۰۰)(۹/۸)(\cos ۳۰°) + (۵۶۵/۸)(\sin ۳۰°)$

$= ۱/۱۳\times۱۰^{۳}\ N$

●●۳۳- شخصی به جرم $۴۰kg$ و سورتمه‌ای به جرم $۸/۴kg$ روی سطح بدون اصطکاک دریاچه‌ای یخ بسته قرار دارند. هر چند آنها $۱۵m$ از یکدیگر فاصله دارند ولی توسط طنابی با جرم ناچیز به هم متصل شده‌اند. شخص نیروی افقی $۵/۲N$ را بر طناب وارد می‌کند. بزرگیهای شتاب (الف) سورتمه و (ب) شخص چقدر است؟ (پ) هنگامی که آنها به هم می‌رسند، شخص در چه فاصله‌ای از مکان اولیه‌اش قرار دارد؟

حل: دختر را در سمت راست سورتمه در نظر گرفته و با زیرنویس ۱ و سورتمه را با زیرنویس ۲ مشخص می‌کنیم

(الف) تنها نیرویی که به سورتمه وارد می‌شود نیرویی است که دختر بر سورتمه وارد می‌کند و افقی است، لذا شتاب سورتمه برابر است با

$$a_۲ = \frac{T}{m_۲} = \frac{۵/۲}{۸/۴} = ۰/۶۲\,m/s^{۲}$$

و جهت شتاب به سمت راست است.

(ب) طبق قانون سوم نیوتون، سورتمه همین نیرو را بر شخص وارد می‌کند

$$a_۱ = \frac{T}{m_۱} = \frac{۵/۲}{۴۰} = ۰/۱۳\,m/s^{۲}$$

و جهت شتاب شخص به سمت چپ است.

(پ) بزرگی شتاب دختر و سورتمه ثابت است

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t^{۲} = \frac{۱}{۲}(۰/۱۳)t^{۲}$$

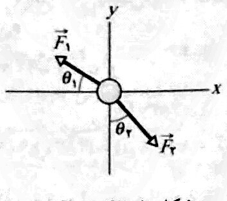
$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^{۲} = \frac{۱}{۲}(۰/۶۲)t^{۲}$$

اما $\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۵m$ است لذا

$(۶/۵\times۱۰^{-۲} + ۰/۳۱)t^{۲} = ۱۵ \Rightarrow t^{۲} = ۴۰$

$\Delta x_۱ = (۶/۵\times۱۰^{-۲})(۴۰) = ۲/۶m$

●●۳۴- سه نیروی افقی بر نیمهٔ لیمویی به جرم $۰/۰۲۵۰kg$ که روی میز بدون اصطکاکی قراردارد اثر می‌کنند. در شکل ۵-۴۲، دید از بالای آن با دو نیرو از مجموع سه نیروی وارد شده نشان داده شده است. بزرگی نیروی $\vec{F}_۱$ برابر با $۶/۰۰N$ و زاویهٔ آن $\theta_۱ = ۳۰/۰°$ است. بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ برابر با $۷/۰۰N$ و زاویهٔ آن $\theta_۲ = ۳۰/۰°$ است. در صورتی که نیمهٔلیمو (الف) ساکن باشد، (ب) سرعت ثابت $\vec{v} = (۱۳/۰\hat{i} - ۱۴/۰\hat{j})m/s$ را داشته باشد، و (پ) سرعت متغیر $\vec{v} = (۱۳/۰t\hat{i} - ۱۴/۰t\hat{j})m/s$ را داشته باشد (t زمان است)، نیروی سوم برحسب بردارهای یکه چیست؟ SSM WWW



شکل ۵-۴۲ مسئلهٔ ۳۴

حل: (الف)

$\vec{F}_۱ = -F_۱\cos\theta_۱\hat{i} + F_۱\sin\theta\hat{j} = -(۶\cos ۳۰°)\hat{i} + (۶\sin ۳۰°)\hat{j}$

$= -۵/۲\hat{i} + ۳\hat{j}$

$\vec{F}_۲ = F_۲\sin\theta_۲\hat{i} - F_۲\cos\theta_۲\hat{j} = (۷\sin ۳۰°)\hat{i} - (۷\cos ۳۰°)\hat{j}$

$= ۳/۵\hat{i} - ۶/۰۶\hat{j}$

$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \qquad \vec{F}_۳ = -\vec{F}_۱ - \vec{F}_۲$

$\vec{F}_۳ = (۱/۷\hat{i} + ۳/۰۶\hat{j})N$

(ب) چون سرعت ثابت است لذا شتاب برابر صفر باقی می‌ماند.

(پ) در اینجا دیگر شتاب صفر نیست.

$\vec{v} = ۱۳t\hat{i} - ۱۴t\hat{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = ۱۳\hat{i} - ۱۴\hat{j}$

$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = m\vec{a}$

$(-۵/۲\hat{i} + ۳\hat{j}) + (۳/۵\hat{i} - ۶/۰۶\hat{j}) + \vec{F}_۳ = (۰/۰۲۵)(۱۳\hat{i} - ۱۴\hat{j})$

$\Rightarrow \vec{F}_۳ = (۲/۰۲۵\hat{i} - ۲/۷۱\hat{j})N$

●●۳۵- قطعه‌ای با تندی اولیهٔ $v_۰ = ۳/۵۰m/s$ روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی روبه بالا پرتاب می‌شود. زاویهٔ شیب $\theta=۳۲/۰°$ است. (الف) قطعه روی سطح چقدر بالا می‌رود؟ (ب) چقدر طول می‌کشد تا به آنجا برسد؟ (پ) تندی آن وقتی به نقطهٔ اول باز می‌گردد چقدر است؟ SSM WWW

حل: (الف) نیروی $mg\sin\theta$ رو به پایین به قطعه وارد می‌شود لذا به قطعه شتاب کاهنده $a = -g\sin\theta$ را می‌دهد.

$a = -(۹/۸)(\sin ۳۲°) = -۵/۲m/s^{۲}$

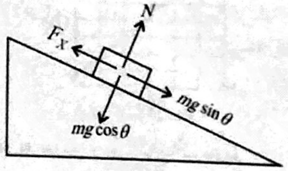
$v^{۲} - v_۰^{۲} = ۲ax \Rightarrow ۰ - (۳/۵)^{۲} = ۲(-۵/۲)x \Rightarrow x = ۱/۱۸m$

(ب) $v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -(۵/۲)t + ۳/۵ \Rightarrow t = ۰/۶۷s$

(پ) چون سطح بدون اصطکاک است لذا سرعت رفت در یک نقطه برابر سرعت برگشت در همان نقطه است. در نتیجه داریم $v = ۳/۵m/s$.

●●۳۶- اسکی بازی به جرم $۴۰kg$ روی شیب بدون اصطکاکی که با افق زاویهٔ $۱۰°$ می‌سازد به طور مستقیم رو به پایین اسکی می‌کند. فرض کنید اسکی باز در جهت منفی محور x واقع بر امتداد شیب حرکت می‌کند. مؤلفهٔ F_x نیروی باد بر اسکی‌باز وارد می‌شود. در صورتی که بزرگی سرعت اسکی باز (الف) ثابت باشد، (ب) با آهنگ $۱/۰m/s^{۲}$ افزایش یابد، و (پ) با آهنگ $۲/۰m/s^{۲}$ کاهش یابد، F_x چقدر است؟

حل:



(الف) سرعت ثابت است لذا شتاب صفر است.

$mg\sin\theta - F_x = ۰$

$F_x = mg\sin\theta = (۴۰)(۹/۸)(\sin ۱۰°) = ۶۸/۱N$

(ب) در این حالت $a = ۱\ m/s^{۲}$ است.

$mg\sin\theta - F_x = ma$

$(۴۰)(۹/۸)(\sin ۱۰°) - F_x = (۴۰)(۱) \Rightarrow F_x = ۲۸/۰۷N$

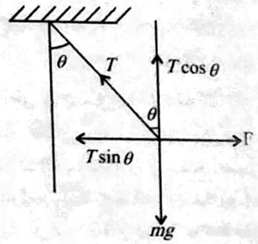
(پ) در این حالت $a = ۲m/s^{۲}$ است

$mg\sin\theta - F_x = ma$

$(۴۰)(۹/۸)(\sin ۱۰°) - F_x = (۴۰)(-۲) \Rightarrow F_x = ۱۴۸/۱N$

●●۳۷- کره‌ای به جرم $۳/۰ \times ۱۰^{-۴}$ kg از ریسمانی آویخته است. باد ملایمی که افقی می‌وزد کره را طوری به جلو می‌راند که با راستای قائم زاویهٔ ثابت ۳۷° می‌سازد. مطلوب است (الف) بزرگی نیروی باد و (ب) نیروی کشش ریسمان. **ILW**

حل:



(الف) $T\sin\theta = F$ $\qquad F - T\sin\theta = ۰$

$T\cos\theta = mg$ $\qquad T\cos\theta - mg = ۰$

از تقسیم دو رابطه داریم

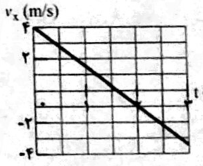
$$\tan\theta = \frac{F}{mg} \Rightarrow F = mg\tan\theta$$

$$F = (۳\times۱۰^{-۴})(۹/۸)(\tan ۳۷^\circ) = ۲/۲۱\times۱۰^{-۳}\ \text{N}$$

$$T\sin\theta = F$$

$$T = \frac{F}{\sin\theta} = \frac{۲/۲۱\times۱۰^{-۳}}{\sin ۳۷^\circ} = ۳/۶۸\times۱۰^{-۳}\ \text{N}$$

●●۳۸- جعبه‌ای به جرم $۵/۰۰$kg روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی که با افق زاویهٔ θ می‌سازد رو به بالا لغزانده می‌شود. شکل ۵-۴۳، مؤلفهٔ v_x سرعت جعبه را در امتداد محور x که به طور مستقیم رو به بالای سطح شیبدار امتداد می‌یابد، برحسب تابعی از زمان نشان می‌دهد. بزرگی نیروی عمودی وارد بر جعبه از طرف سطح شیبدار چقدر است؟



شکل ۵-۴۳ مسئلهٔ ۳۸

حل: با توجه به نمودار و تعریف شتاب داریم

$$a = \frac{v_{۲x} - v_{۱x}}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۱-۴}{۲-۰} = -۲/۵\,\text{m/s}^۲$$

$$mg\sin\theta = ma \Rightarrow \sin\theta = \frac{a}{g} = \frac{۲/۵}{۹/۸} = ۰/۲۵۵$$

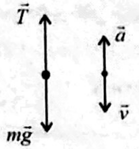
$$\theta = ۱۴/۸^\circ$$

بزرگی نیروی عمودی وارد بر جعب از طرف سطح شیبدار عبارت است از

$$N = mg\cos\theta = (۵)(۹/۸)(\cos ۱۴/۸^\circ) = ۴۷/۴\text{N}$$

●●۳۹- جرم اتاقک یک بالابر و بار داخل آن روی هم ۱۶۰۰ kg است. اگر اتاقک دارای سرعت اولیهٔ ۱۲m/s رو به پایین باشد و پس از طی مسافت ۴۲m با شتاب ثابت متوقف شود، کشش کابل نگهدارندهٔ اتاقک چقدر است؟

حل:



$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲ay \Rightarrow$$

$$۰ - (-۱۲)^۲ = ۲a(-۱۲) \Rightarrow a = ۱/۷۱\text{m/s}^۲$$

کشش کابل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g+a) = (۱۶۰۰)(۹/۸ + ۱/۷۱) = ۱/۸۴\times۱۰^۴\ \text{N}$$

●●۴۰- اسکی‌بازی به جرم ۵۰kg روی شیب بدون اصطکاکی که با افق زاویهٔ $۸/۰^\circ$ می‌سازد، به کمک یک طناب تلسکی که موازی با شیب حرکت می‌کند به بالا کشیده می‌شود. بزرگی نیروی وارد از طناب به اسکی باز را وقتی (الف) بزرگی v سرعت اسکی‌باز دارای مقدار ثابت $۲/۰$m/s باشد و (ب) $v = ۲/۰$m/s باشد و با آهنگ $۰/۱۰\text{m/s}^۲$ افزایش یابد، به دست آورید.

حل: (الف) سرعت ثابت است لذا $a = ۰$

$$T - mg\sin\theta = ۰$$

$$T = mg\sin\theta = (۵۰)(۹/۸)(\sin ۸^\circ) = ۶۸/۲\text{N}$$

(ب)

$$T - mg\sin\theta = ma \Rightarrow T = ma + mg\sin\theta$$

$$T = (۵۰)(۰/۱) + ۶۸/۲ = ۷۳/۲\text{N}$$

●●۴۱- اتاقک بالابری به وزن $۲۷/۸$kN رو به بالا حرکت می‌کند. اگر تندی اتاقک (الف) با آهنگ $۱/۲۲\text{m/s}^۲$ افزایش یابد یا (ب) با آهنگ $۱/۲۲\text{m/s}^۲$ کاهش یابد، کشش کابل نگهدارندهٔ اتاقک چقدر است؟

حل: (الف) $a = +۱/۲۲\text{m/s}^۲$ و

$$m = (۲۷۸۰۰)/(۹/۸) = ۲۸۳۷\text{kg}$$

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a) = (۲۸۳۷)(۹/۸ + ۱/۲۲) = ۳/۱۳\times۱۰^۴\ \text{N}$$

(ب) $a = -۱/۲۲\,\text{m/s}^۲$

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a)$$

$$T = (۲۸۳۷)(۹/۸ - ۱/۲۲) = ۲/۴۳\times۱۰^۴\ \text{N}$$

●●۴۲- لامپی به طور قائم از سیمی در یک بالابر که با شتاب منفی $۲/۴\text{m/s}^۲$ پایین می‌آید، آویزان است. (الف) اگر کشش سیم ۸۹ N باشد، جرم لامپ چقدر است؟ (ب) اگر بالابر با شتاب روبه بالای $۲/۴\text{m/s}^۲$ بالا برود، کشش سیم چقدر خواهد شد؟

حل: (الف) شتاب منفی به معنی کند کردن سرعت است پس در خلاف جهت حرکت است و چون بالابر به سمت پایین می‌رود پس $a = +۲/۴\,\text{m/s}^۲$ است و داریم

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a)$$

$$۸۹ = m(۹/۸ + ۲/۴) \Rightarrow m = ۷/۳\text{kg}$$

(ب) شتاب رو به بالا $a = ۲/۴\,\text{m/s}^۲$ است لذا

$$T = m(g+a) = (۷/۳)(۹/۸ + ۲/۴) = ۸۹\,\text{N}$$

●●۴۳- با طنابی که با کشش بیش از ۳۸۷N پاره می‌شود، باید بسته‌ای از مصالح ساختمان به وزن ۴۴۹ N از بامی به بلندی $۶/۱$m پایین آورده شود. (الف) بزرگی شتاب باید چقدر باشد تا طناب در آستانهٔ پاره شدن قرار گیرد؟ (ب) با این شتاب، تندی بسته موقع به زمین خوردن چقدر است؟

حل: (الف)

$$m = ۴۴۹/۹/۸ = ۴۵/۸\text{kg}$$

$$mg - T = ma \Rightarrow ۴۴۹ - ۳۸۷ = ۴۵/۸\,a \Rightarrow a = ۱/۳۶\,\text{m/s}^۲$$

شتاب لازم در اینصورت مساوی $۱/۳۶\text{m/s}^۲$ یا بزرگتر از این مقدار است چون منجر به کوچکتر شدن نیروی کشش طناب می‌شود.

(ب)

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{۲a\Delta y}$$

$$v = \sqrt{۲(۱/۳۶)(۶/۱)} = ۴/۱\text{m/s}$$

●●۴۴- اتاقک بالابری توسط یک کابل رو به بالا کشیده می‌شود. اتاقک و شخص داخل آن روی هم ۲۰۰۰kg جرم دارند. وقتی شخص سکه‌ای را رو به پایین می‌اندازد، شتاب سکه نسبت به اتاقک $۸/۰۰\text{m/s}^۲$ رو به پایین است. کشش کابل چقدر است؟

حل: شتاب سکه نسبت به بالابر برابر است با

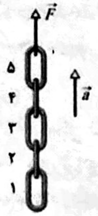
$$\vec{a}_r = \vec{g} - \vec{a} \Rightarrow -۸\hat{j} = -۹/۸\hat{j} - \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -۱/۸\hat{j}\,\text{m/s}^۲$$

در نتیجه جهت شتاب رو به پایین است.

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a) = (۲۰۰۰)(۹/۸ - ۱/۸)$$

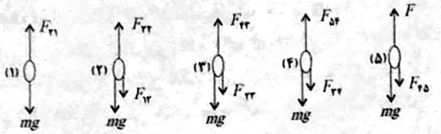
$$T = ۱۶۰۰۰\,\text{N} = ۱/۶\times۱۰^۴\ \text{N}$$

●●۴۵- در شکل ۵-۴۴، زنجیری که پنج حلقه دارد و جرم هر حلقه $۰/۱۰۰$kg است، با شتاب ثابتی به بزرگی $a = ۲/۵۰\text{m/s}^۲$ به طور قائم رو به بالا کشیده می‌شود. مطلوب است (الف) نیرویی که حلقهٔ ۲ بر حلقهٔ ۱ وارد می‌کند، (ب) نیرویی که حلقهٔ ۳ بر حلقهٔ ۲ وارد می‌کند، (پ) نیرویی که حلقهٔ ۴ بر حلقهٔ ۳ وارد می‌کند، و (ت) نیرویی که حلقهٔ ۵ بر حلقهٔ ۴ وارد می‌کند. سپس (ث) بزرگی نیروی $\vec{F}$ وارد بر حلقهٔ بالایی توسط شخصی که زنجیر را بلند می‌کند و (ج) بزرگی نیروی خالصی را که به هر حلقه شتاب می‌دهد پیدا کنید. **SSM**



شکل ۵-۴۴ مسئلهٔ ۴۵

حل: نمودار آزاد را برای هر حلقه با توجه به شماره آن رسم می‌کنیم



(الف) تا (ث) طبق قانون سوم نیوتون $F_{۲۱} = F_{۱۲}$ ، $F_{۳۲} = F_{۲۳}$ ، $F_{۴۳} = F_{۳۴}$ و $F_{۵۴} = F_{۴۵}$. برای هر یک از حلقه‌ها قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم

$$F_{۲۱} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_{۲۱} = m(g+a) = (۰/۱)(۹/۸ + ۲/۵) = ۱/۲۳\text{N}$$

$$F_{۳۲} - F_{۱۲} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_{۳۲} = F_{۱۲} + m(g+a) = ۱/۲۳ + ۱/۲۳ = ۲/۴۶\text{N}$$

$$F_{۴۳} - F_{۲۳} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_{۴۳} = F_{۲۳} + m(g+a) = ۲/۴۶ + ۱/۲۳ = ۳/۶۹\text{N}$$

$$F_{۵۴} - F_{۳۴} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_{۵۴} = F_{۳۴} + m(g+a) = ۳/۶۹ + ۱/۲۳ = ۴/۹۲\text{N}$$

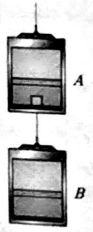
$$F - F_{۴۵} - mg = ma$$

$$\Rightarrow F = F_{۴۵} + m(g+a) = ۴/۹۲ + ۱/۲۳ = ۶/۱۵\text{N}$$

(ج) جرم و شتاب تمام حلقه‌ها یکسان‌اند لذا می‌توان نوشت

$$F_{\text{net}} = ma = (۰/۱)(۲/۵) = ۰/۲۵\text{N}$$

●●۴۶- در شکل ۵-۴۵، اتاقکهای A و B بالابری توسط یک کابل کوتاه به هم متصل شده‌اند و می‌توانند به وسیلهٔ کابلی که در بالای اتاقک A قرار دارد، رو به بالا یا رو به پایین کشیده شوند. جرم اتاقک A برابر با ۱۷۰۰kg و جرم اتاقک B برابر با ۱۳۰۰kg است. جعبه‌ای به جرم $۱۲/۰$kg روی کف اتاقک A قرار دارد. کشش در کابل کوتاهی که اتاقکها را به هم متصل کرده $۱/۹۱\times۱۰^۴$ N است. بزرگی نیروی عمودی وارد بر جعبه از طرف کف چقدر است؟



شکل ۵-۴۵ مسئلهٔ ۴۶

حل:

$$T - m_B g = m_B a \Rightarrow ۱/۹۱\times۱۰^۴ - (۱۳۰۰)(۹/۸) = (۱۳۰۰)a$$

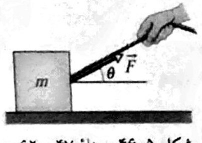
$$a = ۴/۸۹\,\text{m/s}^۲$$

حال جعبه با جرم m را در نظر می‌گیریم. نیروی عمود وارد بر آن از رابطه زیر به دست می‌آید

$N - mg = ma \Rightarrow N - (۱۲)(۹/۸) = (۱۲)(۴/۸۹)$

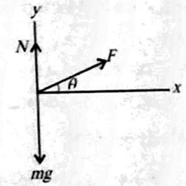
$N = ۱۷۶/۳\,N$

۴۷●● – در شکل ۵-۴۶، قطعه‌ای به جرم $m = ۵/۰۰kg$ به وسیلهٔ ریسمانی که نیروی $F = ۱۲/۰N$ را با زاویهٔ $\theta = ۲۵/۰°$ به آن وارد می‌کند روی کف افقی بدون اصطکاکی کشیده می‌شود. (الف) بزرگی شتاب قطعه چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی F به آرامی افزایش می‌یابد. اندازهٔ این نیرو درست پیش از بلند شدن (به طور کامل) قطعه از کف چقدر است؟ (پ) بزرگی شتاب قطعه درست پیش از بلند شدن (به طور کامل) قطعه از کف چقدر است؟



شکل ۵-۴۶ مسئلهٔ ۴۷ و ۶۲

حل: نمودار آزاد جسم را رسم می‌کنیم. با توجه به آن می‌توان نوشت



$F\cos\theta = ma \Rightarrow (۱۲)(\cos ۲۵°) = ۵a$

این شتاب جسم در حال تماس با کف است.

$a = ۲/۱۸\,m/s^۲$

(ب) $N - mg + F\sin\theta = ۰$

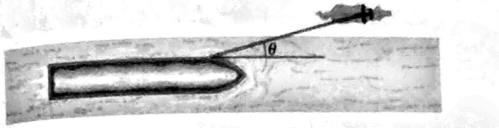
در آستانه بلند شدن جسم $N = ۰$ است.

$۰ - mg + F\sin\theta = ۰ \qquad F = \frac{mg}{\sin\theta} = \frac{(۵)(۹/۸)}{\sin ۲۵°} = ۱۱۶N$

(پ) شتاب جسم در لحظهٔ بلند شدن به ازای $F = ۱۱۶N$ به دست می‌آید.

$F\cos\theta = ma \Rightarrow (۱۱۶)(\cos ۲۵°) = (۱۲)a \Rightarrow a = ۲۱\,m/s^۲$

۴۸●● – در روزگاران قدیم، اسبها کرجیها را در آبراهها به طریقی که در شکل ۵-۴۷ نشان داده شده است، می‌کشیدند. فرض کنید که اسب با نیروی $۷۹۰۰N$ و با زاویهٔ $\theta = ۱۸°$ نسبت به راستای حرکت کرجی، که به طور مستقیم در امتداد جهت مثبت محور x است، طناب متصل به کرجی را بکشد. جرم کرجی $۹۵۰۰kg$ و بزرگی شتاب آن $۰/۱۲m/s^۲$ است. (الف) بزرگی و (ب) زاویهٔ (نسبت به جهت مثبت x) نیروی وارد به کرجی از طرف آب چقدر است؟



شکل ۵-۴۷ مسئلهٔ ۴۸

حل: (الف) نیرویی که از طرف آب بر کرجی وارد می‌شود $\vec{F}$ می‌نامیم. جهت حرکت را $+x$ در نظر می‌گیریم. نیروی اسب از طریق کشش طناب به کرجی وارد می‌شود.

$T\cos\theta + F_x = ma$

$\Rightarrow (۷۹۰۰)(\cos ۱۸°) + F_x = (۹۵۰۰)(۰/۱۲)$

$\Rightarrow F_x = -۶/۴\times۱۰^۳\,N$

$T\sin\theta + F_y = ۰$

$\Rightarrow (۷۹۰۰)(\sin ۱۸°) + F_y = ۰ \Rightarrow F_y = -۲/۴\times۱۰^۳\,N$

$F = \sqrt{F_x^۲ + F_y^۲} = \sqrt{(-۶/۴\times۱۰^۳)^۲ + (-۲/۴\times۱۰^۳)^۲}$

$= ۶/۸۲\times۱۰^۳\,N$

(ب) $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = ۲۱°$ و $۲۰۱°$

چون $\vec{F}$ در ربع سوم قرار دارد جواب $۲۰۱°$ پادساعتگرد نسبت به محور $+x$ قابل قبولی است.

۴۹●●● – خانواده زاخینی به این شهرت داشتند که یک عضو خانواده بعنوان گلولهٔ توپ به وسیلهٔ تسمه‌های کشسان یا هوای فشرده از یک توپ شلیک می‌شد. در یکی از این نمایشها، امانوئل زاخینی پس از پرتاب شدن به وسیلهٔ توپ از روی سه چرخ فلک عبور کرد و در همان ارتفاع دهانهٔ توپ و با برد $۶۹m$ روی یک تور فرود آمد. طول لولهٔ توپ که او از آن پرتاب شد $۵/۲\,m$ و زاویهٔ پرتاب $۵۳°$ بود. اگر جرم او $۸۵kg$ و در داخل لوله شتاب او ثابت بوده باشد، بزرگی نیرویی که او را پرتاب کرده چقدر بوده است؟ (*راهنمایی:* پرتاب را مشابهٔ پرتاب روی سطح شیبدار با زاویهٔ $۵۳°$ در نظر بگیرید. از مقاومت هوا صرفنظر کنید).

حل: $R = \frac{v_۰^۲ \sin ۲\theta_۰}{g} \Rightarrow v_۰ = \sqrt{\frac{Rg}{\sin ۲\theta_۰}} = ۲۶/۵\,m/s$

این سرعت در موقع خروج از لوله توپ است یعنی $v = ۲۶/۵\,m/s$ و سرعت اولیه در لولهٔ توپ $v_۰ = ۰$ است. طول لولهٔ توپ را ℓ در نظر بگیریم شتاب حرکت در داخل لوله به دست می‌آید.

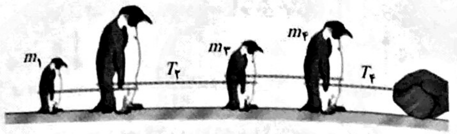
$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\ell \Rightarrow (۲۶/۵)^۲ - ۰ = ۲a(۵/۲) \Rightarrow a = ۶۷/۵\,m/s^۲$

در نتیجه داریم

$F = ma = (۸۵)(۶۷/۵) = ۵/۷۴\times۱۰^۳\,N$

۵۰●● – شکل ۵-۴۸ چهار پنگوئن را نشان می‌دهد که روی یخ بسیار لیزی (بدون اصطکاک) توسط نگهبان آنها کشیده می‌شوند. جرم سه پنگوئن و کشش در دو ریسمان داده شده است:

$m_۱ = ۱۲kg$، $m_۳ = ۱۵kg$، $m_۴ = ۲۰kg$، $T_۲ = ۱۱۱N$ و $T_۴ = ۲۲۲N$. جرم پنگوئن داده نشده $m_۲$ پیدا کنید.



شکل ۵-۴۸ مسئلهٔ ۵۰

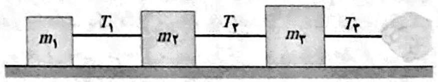
حل: کشش $T_۲$ را حد واسط در نظر گرفته پنگوئن‌های ۳ و ۴ را یک جسم و ۱ و ۲ را یک جسم فرض می‌کنیم.

$T_۴ - T_۲ = (m_۳ + m_۴)a$

$۲۲۲ - ۱۱۱ = (۳۵)a \Rightarrow a = ۳/۱۷\,m/s^۲$

$T_۲ = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۱۱۱ = (۱۲ + m_۲)(۳/۱۷) \Rightarrow m_۲ = ۲۳\,kg$

۵۱●● – در شکل ۵-۴۹، سه قطعهٔ متصل به هم روی میز افقی بدون اصطکاکی با نیروی $T_۳ = ۶۵/۰N$ به سمت راست کشیده می‌شوند. اگر $m_۱ = ۱۲/۰kg$، $m_۲ = ۲۴/۰kg$ و $m_۳ = ۳۱/۰kg$ باشد (الف) بزرگی شتاب دستگاه، (ب) کشش $T_۱$ و (پ) کشش $T_۲$ را محاسبه کنید.



شکل ۵-۴۹ مسئلهٔ ۵۱

حل: (الف) مجموعه را یک دستگاه در نظر می‌گیریم

$T_۳ = (m_۱ + m_۲ + m_۳)a$

$۶۵ = (۱۲ + ۲۴ + ۳۱)a \Rightarrow a = ۰/۹۷\,m/s^۲$

این شتاب هر یک از قطعات نیز هست.

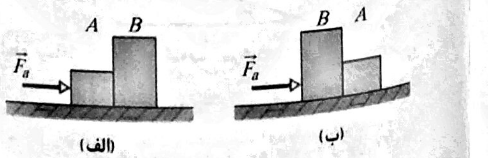
(ب) برای قطعه ۱ داریم

$T_۱ = m_۱a = (۱۲)(۰/۹۷) = ۱۱/۶N$

(پ) $T_۳ - T_۲ = m_۳a$

$۶۵ - T_۲ = (۳۱)(۰/۹۷) \Rightarrow T_۲ = ۳۴/۹N$

۵۲●● – در شکل ۵-۵۰ الف، نیروی افقی ثابت $\vec{F}_a$ بر قطعه A وارد شده است و این قطعه خود با نیروی افقی $۲۰/۰N$ که به طرف راست است بر قطعهٔ B فشار وارد می‌آورد. در شکل ۵-۵۰ ب، همان نیروی $\vec{F}_a$ بر قطعهٔ B وارد شده است. حال قطعهٔ A بر قطعهٔ B نیروی افقی $۱۰/۰N$ را که به طرف چپ است وارد می‌کند. جرم مجموع قطعه‌ها $۱۲/۰kg$ است. بزرگی (الف) شتاب قطعه‌ها در شکل ۵-۵۰ الف، و (ب) نیروی $\vec{F}_a$ چقدر است؟



شکل ۵-۵۰ مسئلهٔ ۵۲

حل: (الف) نیروی که A به B وارد می‌کند F_{AB} برابر $۲۰N$ است لذا می‌توان نوشت

(۱)

$F_{AB} = m_Ba \Rightarrow ۲۰ = m_Ba$

برای کل دستگاه داریم

(۲)

$F_a = (m_A + m_B)a \Rightarrow F_a = ۱۲a$

نیرویی که B به A وارد می‌کند F_{BA} برابر $۱۰N$ است لذا داریم

(۳)

$F_{BA} = m_Aa \Rightarrow ۱۰ = m_Aa$

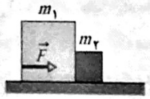
رابطه‌های (۱) و (۳) را جمع می‌کنیم، شتاب به دست می‌آید

$۲۰ + ۱۰ = (m_B + m_A)a = ۱۲a \Rightarrow a = ۲/۵\,m/s^۲$

با قرار دادن شتاب در رابطه (۳) داریم

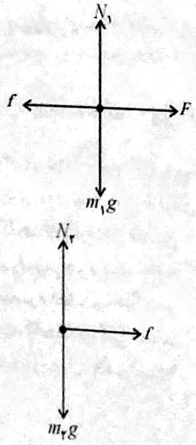
$F_a = (۱۲)(۲/۵) = ۳۰N$

۵۳●● – دو قطعه روی میز بدون اصطکاکی با یکدیگر در تماس‌اند. همان‌گونه که در شکل ۵-۵۱ نشان داده شده یک نیروی افقی بر قطعهٔ بزرگتر وارد شده است. (الف) اگر $m_۱ = ۲/۳kg$، $m_۲ = ۱/۲kg$ و $F = ۳/۲N$ باشد، بزرگی نیروی میان دو قطعه را پیدا کنید. (ب) نشان دهید که اگر نیرویی به همان بزرگی، ولی در جهت مخالف بر قطعهٔ کوچکتر وارد شود، نیروی میان دو قطعه $۲/۱N$ می‌شود که همان مقدار محاسبه شده در قسمت (الف) نیست. (پ) دلیل این تفاوت را توضیح دهید. SSM ILW WWW



شکل ۵-۵۱ مسئلهٔ ۵۳

حل: نیروی که دو قطعه به یکدیگر وارد می‌کنند طبق قانون سوم نیوتون با هم برابرند یعنی $|f|$ $f_{۱۲} = -f_{۲۱}$. نمودار آزاد برای دو حالت در نظر می‌گیریم



(الف) $F - f = m_۱a$ و $f = m_۲a$

دو رابطه را بر هم تقسیم کرده و f را محاسبه می‌کنیم

$$\frac{F-f}{f}=\frac{m_1}{m_2}\Rightarrow f=\frac{m_2F}{m_1+m_2}=\frac{(۱/۲)(۳/۲)}{(۲/۳+۱/۲)}=۱/۱\text{N}$$

(ب) در اینجا نیز با روش مشابه داریم

$$f=\frac{m_1F}{m_1+m_2}=\frac{(۲/۳)(۳/۲)}{(۲/۳+۱/۲)}=۲/۱\text{N}$$

(پ) جواب در حالت (ب) منطقی است چون نیروی f در اینجا باید به جرم بزرگتری (m_1) همان شتاب را بدهد.

●●۵۴- در شکل ۵-۵۲، سه جعبه توسط ریسمانهایی به هم متصل شده‌اند که یکی از آنها از روی قرقره‌ای که جرم و اصطکاک روی محور ناچیز است، عبور کرده است. جرمها به این قرارند: $m_A=۳۰/۰\text{kg}$، $m_B=۴۰/۰\text{kg}$، و $m_C=۱۰/۰\text{kg}$. وقتی مجموعه از حالت سکون رها شود (الف) کشش در ریسمانی که جعبه‌های B و C را به هم متصل می‌کند چقدر است و (ب) جعبهٔ A در ۰/۲۵۰s اول چقدر حرکت می‌کند؟ (فرض کنید که به قرقره نمی‌رسد).

شکل ۵-۵۲ مسئلهٔ ۵۴

حل: (الف) فرض می‌کنیم جرم جعبهٔ m_B+m_c موجب شتاب دستگاه سه جعبه می‌شود.

$$(m_B+m_C)g=(m_A+m_B+m_C)a$$
$$(۴۰+۱۰)(۹/۸)=(۳۰+۴۰+۱۰)a\Rightarrow a=۶/۱۲\text{m/s}^۲$$

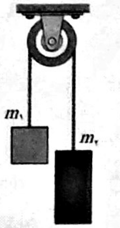
کشش در ریسمانی که جعبه‌های B و C را به هم متصل می‌کند را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد.

$$m_Cg-T=m_Ca\Rightarrow(۱۰)(۹/۸)-T=(۱۰)(۶/۱۲)$$
$$\Rightarrow T=۳۶/۸\text{N}$$

(ب) شتاب جعبه A همان $a=۶/۱۲\text{m/s}^۲$ است لذا به ازای $t=۰/۲۵\text{s}$ داریم

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲=\frac{۱}{۲}(۶/۱۲)(۰/۲۵)^۲=۰/۱۹\text{m}$$

●●۵۵- شکل ۵-۵۳ دو قطعهٔ متصل شده با یک ریسمان (به جرم ناچیز) را نشان می‌دهد که از روی قرقره‌ای بدون اصطکاک (با جرم ناچیز) می‌گذرد. این آرایش *ماشین آتوود*[1] نامیده می‌شود. جرم یک قطعه $m_1=۱/۳\text{kg}$ و جرم قطعهٔ دیگر $m_2=۲/۸\text{kg}$ است. (الف) بزرگی شتاب قطعه‌ها و (ب) کشش ریسمان چقدر است؟



شکل ۵-۵۳ مسئلهٔ ۵۵ و ۶۳

حل: نمودار جسم- آزاد را برای m_1 و m_2 در نظر می‌گیریم

$$T-m_1g=m_1a \quad \text{و} \quad m_2g-T=m_2a$$

با حل همزمان دو معادله برای a و T داریم

$$a=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g \quad \text{و} \quad T=\frac{۲m_1m_2}{m_1+m_2}g$$

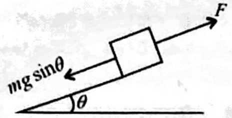
(الف)
$$a=\frac{۲/۸-۱/۳}{۱/۳+۲/۸}(۹/۸)=۳/۶\text{m/s}^۲$$

(ب)
$$T=\frac{۲(۱/۳)(۲/۸)}{۱/۳+۲/۸}(۹/۸)=۱۷\text{N}$$

●●۵۶- اغلب ورزشکاران در پرتاب وزنه، پرتاب را با زاویه‌ای کوچکتر از زاویهٔ نظری (تقریباً ۴۲°) انجام می‌دهند چون مسافت وزنه پرتاب شده برای تندی و ارتفاع مشابه بیشترین مقدار را دارد. یک دلیل مربوط به تندیی است که ورزشکار می‌تواند در حین مرحلهٔ شتاب گرفتن به وزنه بدهد. فرض کنید وزنهٔ ۷/۲۶۰ kg، با وارد شدن نیروی ثابتی به بزرگی ۳۸۰/۰ N بر آن در یک مسیر مستقیم به طول ۱/۶۵۰ m، شتاب بگیرد در حالی که تندی اولیهٔ آن (به خاطر حرکت اولیهٔ ورزشکار) ۲/۵۰ m/s است. اگر زاویهٔ بین مسیر و افق (الف) ۳۰/۰۰° و (ب) ۴۲/۰۰° باشد، تندی وزنه در پایان مرحلهٔ شتاب‌گیری چقدر بوده است؟ (*راهنمایی*: حرکت را مشابه حالتی در نظر بگیرید که حرکت در امتداد یک سطح شیبدار با زاویهٔ داده شده باشد). (پ) اگر ورزشکار زاویه را از ۳۰/۰۰° تا ۴۲/۰۰° افزایش دهد، با چه درصدی تندی پرتاب کاهش می‌یابد.

حل: (الف)

$$F-mg\sin\theta=ma$$
$$a=\frac{F}{m}-g\sin\theta$$
$$a=\frac{۳۸۰}{۷/۲۶}-۹/۸\times۰/۵=۴۷/۴۴\text{m/s}^۲$$



از رابطهٔ مستقل از زمان و شتاب، سرعت را می‌یابیم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x\Rightarrow v^۲=v_۰^۲+۲a\Delta x$$
$$v=\sqrt{(۲/۵)^۲+۲\times۴۷/۴۴\times۱/۶۵}=۱۲/۷۶\text{m/s}$$

1. Atwood's machine

(ب)

$$a=\frac{F}{m}-g\sin\theta=\frac{۳۸۰}{۷/۲۶}-۹/۸\sin(۴۲°)=۴۵/۷۸\text{m/s}^۲$$
$$v=\sqrt{v_۰^۲+۲a\Delta x}=\sqrt{(۲/۵)^۲+۲\times۴۵/۷۸(۱/۶۵)}=۱۲/۵۴\text{m/s}$$

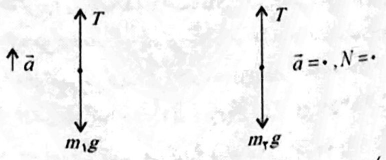
(پ) برای ۳۳° درجه داریم:

$$a=\frac{F}{m}-g\sin\theta=\frac{۳۸۰}{۷/۲۶}-۹/۸\sin(۳۳°)=۴۷\text{m/s}^۲$$
$$v=\sqrt{(۲/۵)^۲+۲\times۴۷\times(۱/۶۵)}=۱۲/۷\text{m/s}$$
$$\text{درصد کاهش تندی}=\frac{۱۲/۵۴-۱۲/۷}{۱۲/۵۴}=۰/۰۱۳$$

●●۵۷- میمونی به جرم ۱۰kg از طناب بدون جرمی که از روی شاخهٔ بدون اصطکاک درختی گذشته و به بسته‌ای به جرم ۱۵kg واقع بر سطح زمین متصل است، بالا می‌رود (شکل ۵-۵۴). (الف) بزرگی کمترین شتابی که میمون باید داشته تا بتواند بسته را از روی زمین بلند کند چقدر است؟ اگر پس از آنکه بسته از روی زمین بلند شد، میمون از بالا رفتن بازایستد و روی طناب ثابت بماند (ب) بزرگی و (پ) جهت شتاب میمون و (ت) کشش طناب چیست؟ SSM

شکل ۵-۵۴ مسئلهٔ ۵۷

حل: جرم میمون را m_1 و جرم بسته را m_2 در نظر می‌گیریم. در آستانهٔ بلند شدن بسته نیروی عکس‌العمل سطح روی آن صفر است یعنی $N=۰$. نمودار جسم- آزاد را رسم می‌کنیم



(الف)

$$T=m_2g=(۱۵)(۹/۸)=۱۴۷\text{N}$$
$$T-m_1g=m_1a\Rightarrow۱۴۷-(۱۰)(۹/۸)=(۱۰)a\Rightarrow a=۴/۹\text{N}$$

این حداقل شتاب بالا رفتن میمون روی طناب است تا بسته در آستانهٔ بلند شدن قرار گیرد.

(ب) در این حالت دستگاه مشابه آتود عمل می‌کند و داریم

$$a'=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g=\frac{۱۵-۱۰}{۱۰+۱۵}(۹/۸)=۱/۹۶\text{m/s}^۲$$

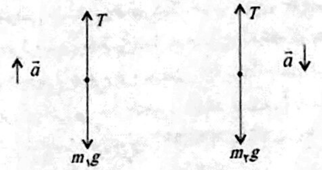
(پ) جهت حرکت به همراه ریسمانی که آن را در دست گرفته رو به بالاست.

(ت)

$$T'=\frac{۲m_1m_2}{m_1+m_2}g=\frac{۲(۱۰)(۱۵)}{۱۰+۱۵}(۹/۸)=۱۱۷/۶\text{N}$$

●●۵۸- شخصی به جرم ۸۵kg خود را به وسیلهٔ طنابی که از قرقرهٔ بدون اصطکاک گذشته و به یک کیسهٔ شنی به جرم ۶۵kg متصل است از یک بلندی به ارتفاع ۱۰/۰m به سطح زمین می‌رساند. اگر شخص از حالت سکون شروع کرده باشد، با چه تندی به زمین برخورد می‌کند؟ ILW

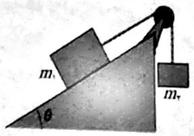
حل: جرم کیسهٔ شنی را m_1 و جرم شخصی را m_2 در نظر می‌گیریم. نمودار جسم- آزاد را رسم می‌کنیم



کاملاً واضح است که سیستم مانند یک ماشین آتوود حرکت می‌کند. بنابراین شتاب آن برابر است با:

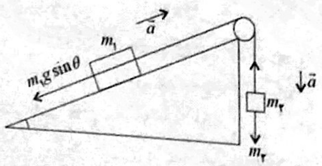
$$a=\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}g=\frac{۸۵-۶۵}{۶۵+۸۵}(۹/۸)=۱/۳۱\text{m/s}^۲$$
$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta y\Rightarrow v^۲-۰=۲(۱/۳۱)(۱۰)\Rightarrow v=۵/۱۲\text{m/s}$$

●●●۵۹- قطعه‌ای به جرم $m_1=۳/۷۰\text{kg}$ روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ $\theta=۳۰/۰°$ قرار دارد. قطعه به وسیلهٔ ریسمانی از روی قرقرهٔ بدون جرم و بدون اصطکاکی به قطعهٔ دومی به جرم $m_2=۲/۳۰\text{kg}$ که به طور قائم آویزان شده، متصل است (شکل ۵-۵۵). (الف) بزرگی شتاب هر قطعه، (ب) جهت شتاب قطعهٔ آویخته، و (پ) کشش در ریسمان را پیدا کنید. ILW



شکل ۵-۵۵ مسئلهٔ ۵۹

حل:



(الف) و (ب) شتاب دو جسم از نظر بزرگی یکسان است و، چون دو جسم در جهت‌های نشان داده شده حرکت می‌کنند.

$T - m_۱ g\sin\theta = m_۱ a$

$m_۲ g - T = m_۲ a$

دو رابطه را با یکدیگر جمع می‌کنیم

$m_۲ g - m_۱ g\sin\theta = (m_۱ + m_۲)a$

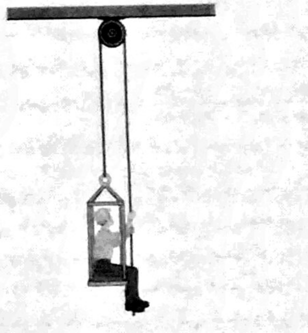
$(۲/۳)(۹/۸) - (۳/۷)(۹/۸)(\sin ۳۰°) = (۳/۷ + ۲/۳)a$

$\Rightarrow a = ۰/۷۳۵\,\text{m/s}^۲$

با جایگزین کردن این شتاب در یکی از دو رابطه بالا خواهیم داشت

(پ) $T = ۲۰/۹\text{N}$

●●۶۰- شکل ۵-۵۶ مردی را نشان می‌دهد که بر صندلی مخصوصی نشسته و طرف دیگر طناب بدون جرمی را که از روی قرقرهٔ بدون جرم و بدون اصطکاکی گذشته در دست گرفته است. مجموع جرم مرد و صندلی ۹۵/۰ kg است. این مرد با چه بزرگی نیرویی باید طناب را بکشد تا (الف) با تندی ثابت و (ب) با شتاب رو به بالای ۱/۳۰m/s² به بالا برود؟ (راهنمایی: نمودار جسم- آزاد واقعاً می‌تواند کمک کند).



شکل ۵-۵۶ مسئلهٔ ۶۰

اگر طرف راست طناب تا سطح زمین امتداد یابد و به وسیلهٔ شخص دیگری کشیده شود، این شخص با چه نیرویی باید طناب را بکشد تا مرد (پ) با تندی ثابت و (ت) با شتاب رو به بالای ۱/۳۰m/s² به بالا برود؟ بزرگی نیروی وارد به سقف از دستگاه قرقره در (ث) قسمت الف (ج) قسمت ب (چ) قسمت پ ، و (ح) قسمت ت چقدر است؟

حل: (الف) سرعت ثابت است لذا $a = ۰$ است.

$۲T - mg = ۰$

$T = \frac{mg}{۲} = \frac{(۹۵)(۹/۸)}{۲} = ۴۶۵/۵\,\text{N}$

(ب) $۲T - mg = ma \Rightarrow ۲T - (۹۵)(۹/۸) = (۹/۵)(۱/۳)$

$\Rightarrow T = ۵۲۷/۲۵\,\text{N}$

(پ) تندی ثابت یعنی $a = ۰$

$T - mg = ۰$

$T = mg = (۹۵)(۹/۸) = ۹۳۱\,\text{N}$

(ت) شتاب در این حالت صفر نیست و $a = +۱/۳\,\text{m/s}^۲$ است لذا داریم

$T - mg = ma \Rightarrow T - (۹۵)(۹/۸) = (۹۵)(۱/۳)$

$\Rightarrow T = ۱۰۵۴/۵\,\text{N}$

(ث) طبق قانون سوم نیوتون نیرویی که به سقف وارد می‌شود برابر است با

$۲T = ۲(۴۶۵/۵) = ۹۳۱\,\text{N}$

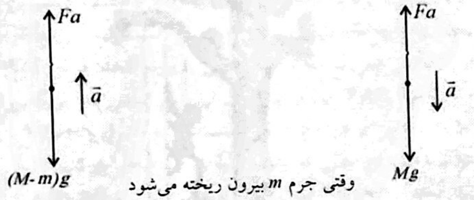
(ج) $۲T = ۲(۵۲۷/۲) = ۱۰۵۴/۴\,\text{N}$

(چ) $۲T = ۲(۹۳۱) = ۱۸۶۲\,\text{N}$

(ح) $۲T = ۲(۱۰۵۴/۵) = ۲۱۰۹\,\text{N}$

●●۶۱- یک بالون هوای گرم که جرم آن M است با شتاب رو به پایین به بزرگی a به طور قائم پایین می‌آید. چه جرمی (از کیسه‌های شنی) باید از بالون به بیرون انداخته شود تا بالون شتاب رو به بالایی به بزرگی a به دست آورد؟ فرض کنید که نیروی رو به بالای ناشی از هوا (نیروی بالابری) براثر کاهش جرم تغییر نمی‌کند. SSM ILW

حل: نمودار جسم- آزاد را در دو حالت رسم می‌کنیم



در نتیجه می‌توان نوشت

$Mg - F_a = Ma$

$F_a - (M-m)g = (M-m)a$

دو رابطه با هم جمع می‌کنیم

$Mg - (M-m)g = (M + M - m)a$

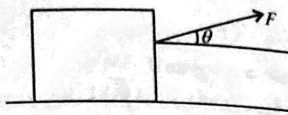
$mg = ۲Ma - ma \qquad m = \frac{۲Ma}{g+a}$

●●۶۲- شکل ۵-۴۶ قطعه‌ای به جرم ۵/۰۰kg را نشان می‌دهد که به وسیله طنابی روی کف بدون اصطکاکی کشیده می‌شود، نیرویی که طناب وارد می‌کند ثابت و بزرگی آن برابر N ۲۰/۰ است اما زاویهٔ آن $\theta(t)$ بازمان تغییر می‌کند. اگر (الف) $\theta(t) = (۲/۰۰\times۱۰^{-۲}\,\text{deg/s})t$ و (ب) $\theta(t) = -(۲/۰۰\times۱۰^{-۲}\,\text{deg/s})t$ باشد در $\theta = ۲۵°$ شتاب قطعه با چه آهنگی تغییر می‌کند؟ (راهنمایی: درجه را به رادیان تبدیل کنید).

حل: (الف)

$\theta(t) = ۲\times۱۰^{-۲}\,t\left(\frac{deg}{s}\right) = \left(۲\times۱۰^{-۲}\times\frac{۳/۱۴}{۱۸۰}\right)t\,\frac{rad}{s}$

$= ۳/۵\times۱۰^{-۴}\,t\,\frac{rad}{s}$



$F_x = ma \Rightarrow F\cos(\theta) = ma$

$a = \frac{F}{m}\cos(\theta) \Rightarrow \frac{da}{dt} = \frac{F}{m}\frac{d}{dt}\cos(\theta)$

$= \frac{-F}{m}\sin(\theta)\frac{d\theta}{dt}$

$\frac{da}{dt} = \frac{-F}{m}\sin(\theta)(۳/۵\times۱۰^{-۴}) = -\frac{۲۰}{۵}\times۳/۵\times۱۰^{-۴}\sin(۲۵°)$

$\frac{da}{dt} = -۷/۴\times۱۰^{-۴}\,\text{m/s}^۳$

یعنی شتاب با زمان کاهش می‌یابد.

(ب)

$\frac{da}{dt} = -\frac{F}{m}\sin(\theta)\frac{d\theta}{dt} = \frac{۲۰}{۵}\times۳/۵\times۱۰^{-۴}\sin(۲۵°)$

$= ۷/۴\times۱۰^{-۴}\,\text{m/s}^۳$

در اینجا شتاب افزایش می‌یابد.

●●●۶۳- شکل ۵-۵۳ یک *ماشین آتود* را نشان می‌دهد که در آن دو ظرف به وسیلهٔ یک ریسمان (با جرم ناچیز) که از روی قرقره‌ای با اصطکاک ناچیز (همچنین جرم ناچیز) گذر کرده است به یکدیگر متصل‌اند. در $t = ۰$ جرم ظرف ۱ برابر ۱/۳kg و جرم ظرف ۲ برابر ۲/۸۰kg است ولی جرم ظرف ۱ (به خاطر سوراخی که وجود دارد) با آهنگ ثابت ۰/۲۰۰kg/s کاهش می‌یابد. در (الف) $t = ۰$ و (ب) $t = ۳/۰۰\text{s}$ ، بزرگی شتاب ظرفها با چه آهنگی تغییر می‌کند. (پ) چه وقت شتاب به بیشینه مقدارش می‌رسد؟

حل: (الف) شتاب یک ماشین آتود برابر است با:

$a = \frac{m_۲ - m_۱}{m_۱ + m_۲}g$

از طرفی برای جرم $m_۱$ داریم:

$\frac{dm_۱}{dt} = -۰/۲\,\text{kg/s}$

$m_۱(t) = -۰/۲t + m_{۰۱} = -۰/۲t + ۱/۳$

این مقدار را در شتاب جایگذاری می‌کنیم:

$a(t) = \frac{۲/۸ - (-۰/۲t + ۱/۳)}{(-۰/۲t + ۱/۳) + ۲/۸}g = \frac{۱/۵ + ۰/۲t}{۴/۱ - ۰/۲t}g$

$\frac{da(t)}{dt} = \frac{۰/۲(۴/۱ - ۰/۲t) + ۰/۲(۱/۵ + ۰/۲t)}{(۴/۱ - ۰/۲t)^۲}g$

$\frac{da(t)}{dt}\Big|_۰ = \frac{۰/۸۲ + ۰/۳}{۱۶/۸۱}\times۹/۸ = ۰/۶۵\,\text{m/s}^۳$

(ب)

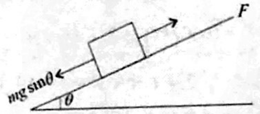
$\frac{da(t)}{dt}\Big|_۳ = \frac{۰/۷ + ۰/۱۸}{۱۲/۲۵}\times۹/۸ = ۰/۸۹۶\,\text{m/s}^۳$

(پ) زمانی که تمام جرم ۱ تخلیه شود. شتاب جرم $m_۲$ به بیشینه خود می‌رسد. زمانی که جرم $m_۱$ تماماً تخلیه می‌شود، برابر است با:

$-۰/۲t + ۱/۳ = ۰ \Rightarrow t = ۶/۵\text{s}$

●●●۶۴- یک پرتابگر وزنه، وزنهٔ ۷/۲۶۰kg را با هل دادن آن در امتداد مسیر مستقیم به طول ۱/۶۵۰m و با زاویهٔ ۳۴/۱۰° نسبت به افق شتاب می‌دهد و با تندی اولیهٔ ۲/۵۰۰m/s (به خاطر حرکت اولیهٔ ورزشکار) آن را پرتاب می‌کند. وزنه از دست او در ارتفاع ۲/۱۱۰m و با زاویهٔ ۳۴/۱۰° پرتاب می‌شود و در فاصلهٔ افقی ۱۵/۹۰m به زمین فرود می‌آید. نیروی میانگین ورزشکار روی وزنه در طی مرحلهٔ شتاب دادن چقدر است؟ (*راهنمایی*: حرکت را در طی مرحلهٔ شتاب‌گیری در امتداد سطح شیبداری با زاویهٔ داده شده، در نظر بگیرید).

حل: سرعت وزنه در زمان پرتاب برابر با v است.



$v^۲ = ۲a\Delta x + v_۰^۲$

از طرفی، برای حرکت پرتابه داریم:

$y = x\tan\theta - \frac{gx^۲}{۲v^۲\cos^۲\theta}$

اگر $x = ۱۵/۹$ باشد، $y = -۲/۱۱\text{m}$ است.

$-۲/۱۱ = ۱۵/۹\tan(۳۴/۱۰) - \frac{۹/۸\times(۱۵/۹)^۲}{۲v^۲\cos^۲(۳۴/۱)}$

$v = ۱۱/۸۵\,\text{m/s}$

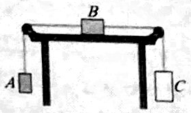
$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow a = \frac{v^۲ - v_۰^۲}{۲\Delta x}$

$a = ۴۰/۶۶\,\text{m/s}^۲$

$F - mg\sin\theta = ma \Rightarrow F = ۷/۲۶(۹/۸\sin(۳۴/۱) + ۴۰/۶۶)$

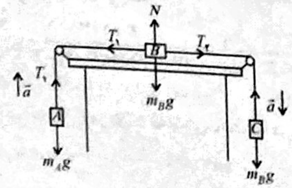
$= ۳۳۵\text{N}$

●●●۶۵- شکل ۵-۵۷ سه قطعه را نشان می‌دهد که به وسیلهٔ ریسمانهایی که از قرقره‌های بدون اصطکاکی گذشته‌اند به هم متصل شده‌اند. قطعهٔ B روی میز بدون اصطکاکی قرار دارد و جرمها عبارت‌اند از: $m_A = ۶/۰۰\text{kg}$ ، $m_B = ۸/۰۰\text{kg}$ ، و $m_C = ۱۰/۰\text{kg}$. وقتی مجموعه از حال سکون رها شود، کشش در ریسمان طرف راست چقدر است؟



شکل ۵-۵۷ مسئلهٔ ۶۵

حل:



قطعهٔ C به سمت پایین حرکت می‌کند چون $m_C g > m_A g$ و سطح میز بدون اصطکاک است. با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان روابط زیر را برای هر قطعه نوشت

$$T_۱ - m_A g = m_A a$$
$$T_۲ - T_۱ = m_B a$$
$$m_C g - T_۲ = m_C a$$

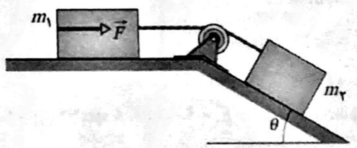
از جمع سه رابطه داریم

$$(m_C - m_A)g = (m_A + m_B + m_C)a$$
$$a = \frac{(m_C - m_A)g}{m_A + m_B + m_C} = \frac{(۱۰-۶)(۹/۸)}{۶+۸+۱۰} = ۱/۶۳\ \text{m/s}^۲$$

با استفاده از سومین رابطه می‌توان $T_۲$ را به دست آورد

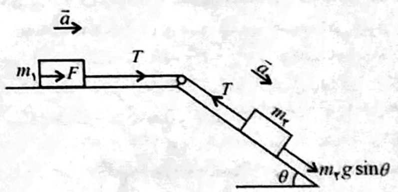
$$(۱۰)(۹/۸) - T_۲ = (۱۰)(۱/۶۳) \Rightarrow T_۲ = ۸۱/۷\,\text{N}$$

●●●۶۶-شکل ۵-۵۸ جعبه‌ای به جرم $m_۲ = ۱/۰\,\text{kg}$ را نشان می‌دهد که بر سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ شیب $\theta = ۳۰°$ قرار دارد. این جعبه توسط ریسمانی با جرم ناچیز به جعبهٔ دیگری به جرم $m_۱ = ۳/۰\,\text{kg}$ که روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، متصل شده است. قرقره بدون اصطکاک و بی جرم است. (الف) اگر بزرگی نیروی افقی $\vec{F}$ برابر با $۲/۳\,\text{N}$ باشد، کشش در ریسمان رابط چقدر است؟ (ب) بیشترین مقداری که بزرگی $\vec{F}$ می‌تواند داشته باشد بدون آنکه ریسمان شل شود چقدر است؟



شکل ۵-۵۸ مسئلهٔ ۶۶

حل:



(الف) با استفاده از قانون دوم برای هر جعبه می‌توان نوشت

(۱) $$T + F = m_۱ a$$
(۲) $$m_۲ g\sin\theta - T = m_۲ a$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم

$$\frac{T+F}{m_۲ g\sin\theta - T} = \frac{m_۱}{m_۲} \Rightarrow \frac{T + ۲/۳}{(۱)(۹/۸)(\sin ۳۰°) - T} = \frac{۳}{۱}$$
$$\Rightarrow T = ۳/۱\,\text{N}$$

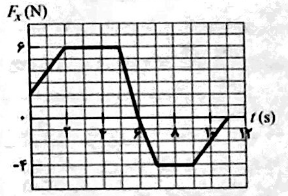
(ب) بیشترین مقدار F می‌تواند لحظه‌ای باشد که درست $T = ۰$ شود لذا داریم

(۱) $$F_{\max} = m_۱ a$$
$$m_۲ g\sin\theta = m_۲ a \Rightarrow a = g\sin\theta$$

شتاب a را در رابطهٔ (۱) قرار داده و $F_{\max}$ را به دست می‌آوریم

$$F_{\max} = m_۱(g\sin\theta) = (۳)(۹/۸)(\sin ۳۰°) = ۱۴/۷\,\text{N}$$

●●●۶۷- شکل ۵-۵۹ مؤلفهٔ نیروی F_x را که بر قالب یخی به جرم $۳/۰۰\,\text{kg}$ وارد می‌شود برحسب زمان نشان می‌دهد. یخ تنها می‌تواند در امتداد محور x حرکت کند. در لحظهٔ $t=۰$، یخ در حال حرکت با تندی $۳/۰\,\text{m/s}$ در جهت مثبت محور x است. (الف) تندی و (ب) جهت حرکت در لحظهٔ $t = ۱۱\,\text{s}$ چیست؟



شکل ۵-۵۹ مسئلهٔ ۶۷

حل: (الف) سطح زیر منحنی نیرو- زمان ضربه را به دست می‌دهد $(m\Delta v)$ و با تقسیم کردن آن بر m تغییرات سرعت به دست می‌آید.

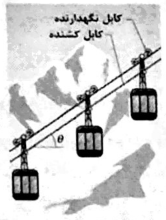
$$\text{سطح زیر منحنی} = \frac{۱}{۲}(۲+۶)(۲) + \frac{۱}{۲}(۴+۳)(۶) - \frac{۱}{۲}(۲+۵)(۴) = ۱۵$$

حال از تقسیم این نتیجه بر جرم $m = ۳\,\text{kg}$، تغییرات سرعت به دست می‌آید.

$$\Delta v = v - v_۰ = \frac{۱۵}{۳} = ۵ \Rightarrow v - ۳ = ۵ \Rightarrow v = ۸\,\text{m/s}$$

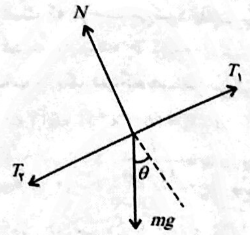
(ب) علامت مثبت برای سرعت بیانگر این است که سرعت در جهت محور $+x$ است.

●●●۶۸- شکل ۵-۶۰ بخشی از یک تله‌کابین را نشان می‌دهد. بیشینهٔ جرم مجاز برای هر اتاقک با سرنشینهایش $۲۸۰۰\,\text{kg}$ است. اتاقکها روی یک کابل نگهدارنده حرکت می‌کنند و به وسیلهٔ کابل دیگری متصل به یک دکل کشیده می‌شوند. فرض کنید که کابلها کاملاً کشیده باشند و با افق زاویهٔ شیب $\theta = ۳۵°$ بسازند. اگر اتاقکها بیشینهٔ جرم مجاز خود را داشته باشند و با شتاب $۰/۸۱\,\text{m/s}^۲$ رو به بالای شیب حرکت کنند، اختلاف کشش بین بخشهای کنار هم کابل کشنده چقدر است؟



شکل ۵-۶۰ مسئلهٔ ۶۸

حل: نمودار جسم- آزاد را رسم می‌کنیم



$$T_۱ - T_۲ - mg\sin\theta = ma$$

در نتیجه اختلاف کشش در کابل برابر است با

$$T_۱ - T_۲ = m(a + g\sin\theta) = (۲۸۰۰)[۰/۸۱ + (۹/۸)(\sin ۳۵°)$$
$$= ۱/۸ \times ۱۰^۴\,\text{N}$$

۶۹- *حادثه آفرینی یکاها.* در سرتاسر درس فیزیک، استاد از شما توقع دارد که در محاسبه‌های خود مواظب یکاها باشید. با این حال برخی از دانشجویان تمایل دارند که آنها را به فراموشی بسپارند و کاملاً مطمئن هستند که همیشه محاسبه‌ها را به درستی انجام می‌دهند. شاید این مثال از یک اتفاق واقعی شما را از چنین عادت ناشایستی باز دارد.

در ۲۳ جولای ۱۹۸۳، هنگامی که پرواز شمارهٔ ۱۴۳ خطوط هواپیمایی کانادا برای یک سفر طولانی از مونترال به ادمونتون آماده می‌شد خدمهٔ پرواز از خدمهٔ فرودگاه خواستند که مقدار سوخت داخل هواپیما را مشخص کنند. خدمهٔ پرواز می‌دانستند که برای این سفر به $۲۲۳۰۰\,\text{kg}$ سوخت نیاز دارند. آنها مقدار سوخت را از آن جهت برحسب کیلوگرم می‌دانستند که کشور کانادا به تازگی شروع به استفاده از یکاهای متریک کرده بود؛ پیش از آن مقدار سوخت برحسب پاوند اندازه‌گیری می‌شد. خدمهٔ فرودگاه می‌توانستند سوخت داخل هواپیما را فقط برحسب لیتر اندازه بگیرند و به این ترتیب عدد ۷۶۸۲L را گزارش کردند. بنابراین، برای تعیین مقدار سوخت داخل هواپیما و اینکه به چه مقدار سوخت اضافی نیاز بود، خدمهٔ پرواز از خدمهٔ فرودگاه ضریب تبدیل لیتر به کیلوگرم را پرسیدند. پاسخ خدمهٔ فرودگاه عدد ۱/۷۷ بود که خدمهٔ پرواز از آن استفاده کردند ($۱/۷۷\,\text{kg}$ معادل ۱L). (الف) خدمهٔ پرواز فکر کردند چقدر سوخت برحسب کیلوگرم دارند؟ (ب) آنها درخواست چند لیتر سوخت اضافی کردند؟

متأسفانه پاسخ خدمهٔ فرودگاه براساس یکاهای پیش از یکاهای متریک در کانادا بود- ۱/۷۷ نه ضریب تبدیل لیتر به کیلوگرم بلکه ضریب تبدیل لیتر به پاوند بود ($۱/۷۷\,\text{lb}$ معادل با ۱L است) (پ) در واقع چند کیلوگرم سوخت در هواپیما بود؟ (به جز ۱/۷۷ داده شده برای ضریب تبدیلهای دیگر از چهار رقم بامعنا استفاده کنید) (ت) در واقع چند لیتر سوخت اضافی مورد نیاز بود؟ (ث) هواپیما در هنگام ترک مونترال چند درصد از سوخت مورد نیازش را داشت؟

در مسیر ادمونتون، در ارتفاع $۷/۹\,\text{km}$ از سطح زمین، سوخت هواپیما تمام شد و شروع به سقوط کرد. اگر چه

هواپیما قدرتی نداشت، خلبان توانست هواپیما را در وضعیت پرواز بدون موتور، رو به پایین نگهدارد. چون نزدیکترین فرودگاه فعال بسیار دورتر از آن بود که هواپیما بتواند بدون نیروی موتور به آنجا برسد، خلبان هواپیما را به سمت یک فرودگاه متروکهٔ قدیمی هدایت کرد. متأسفانه باند فرودگاه به پیست مسابقه‌های اتومبیلرانی تبدیل و یک نردهٔ فولادی به دور آن کشیده شده بود. ولی خوشبختانه همین که هواپیما به باند برخورد کرد، جعبه دندهٔ فرودی جلو فرو ریخت و دماغهٔ هواپیما به باند فرودگاه سقوط کرد. بدین ترتیب بر اثر لغزش هواپیما کند شد و کمی پیش از برخورد با نردهٔ فولادی در حالی که راننده‌ها و تماشاچیان حیرت‌زده نظاره‌گر بودند متوقف شد. همهٔ سرنشینان هواپیما جان سالم به در بردند. نتیجه اینکه: مواظب یکاها باشید!

حل: (الف) مقدار سوختی که خدمه فکر می‌کردند موجود است برابر مقدار زیر است

$$m = (۷۶۸۲) \times (۱/۷۷) = ۱۳۵۹۷/۱۴\,\text{kg}$$

که البته این ضریب تبدیلی است که خدمه فکر می‌کردند درست است در حالیکه چنین نبود.

(ب) سوخت مورد نیاز برای پرواز $۲۲۳۰۰\,\text{kg}$ بود و با توجه به خطایی که خدمه داشتند فکر کردند به مقدار سوخت زیر نیاز دارند.

$$\Delta m = ۲۲۳۰۰ - ۱۳۵۹۷/۱۴ = ۸۷۰۲/۸۶\,\text{kg}$$

که این مقدار مجدداً با ضریب تبدیل نادرست ۱/۷۷ بیانگر این بود که به $(۸۷۰۲/۸۶)/(۱/۷۷) = ۴۹۱۷\,\text{lit}$ سوختگیری نیاز است.

(پ) $$۱\,\text{lit} = ۱/۷۷\,\text{lb} = (۱/۷۷)(۰/۴۵۴) = ۰/۸۰۳۵\,\text{kg}$$

مقدار سوختی که واقعاً در هواپیما موجود بوده است برابر با مقدار زیر است

$$m = (۷۶۸۲)(۰/۸۰۳۵) = ۶۱۷۲\,\text{kg}$$

(ت) سوخت اضافه مورد نیازی که در واقع برای پرواز لازم بود

$$\Delta m = ۲۲۳۰۰ - ۶۱۷۲ = ۱۶۱۲۸\,\text{kg}$$

که برحسب لیتر برابر است

$$(۱۶۱۲۸)/(۰/۸۰۳۵) = ۲۰۰۷۲\,\text{lit}$$

(ث) درصد سوخت مورد نیازی که هواپیما داشت چنین است

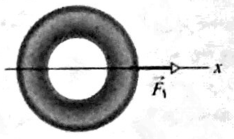
$$\text{درصد} = \frac{۷۶۸۲ + ۴۹۱۷}{(۲۲۳۰۰)/(۰/۸۰۳۵)} \times ۱۰۰ = \%۴۵/۴$$

۷۰- برجسمی فقط دو نیرو اثر می‌کند که بزرگیهای آنها $۲۰\,\text{N}$ و $۳۵\,\text{N}$، و زاویهٔ بین جهت آنها $۸۰°$ است. بزرگی شتاب حاصل برابر با $۲۰\,\text{m/s}^۲$ است. جرم جسم چقدر است؟

حل:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲$$
$$F_{net}^۲ = F_۱^۲ + F_۲^۲ + ۲F_۱F_۲\cos\theta$$
$$= (۲۰)^۲ + (۳۵)^۲ + ۲(۲۰)(۳۵)\cos ۸۰°$$
$$= ۱۸۶۸/۱ \Rightarrow F_{net} = ۴۳/۲\,\text{N}$$
$$F_{net} = ma \Rightarrow m = \frac{F_{net}}{a} = \frac{۴۳/۲}{۲۰} = ۲/۱۶\,\text{kg}$$

۷۱- شکل ۵-۶۱ دید از بالای یک دستگاه ۱۲ کیلوگرمی است که توسط سه طناب افقی کشیده می‌شود. یکی از نیروهای وارد از طنابها ($F_۱ = ۵۰\text{N}$) در شکل نشان داده شده است. نیروهای وارد از دو طناب دیگر به گونه‌ای سمتگیری کرده‌اند که بزرگی شتاب لاستیک a کمترین باشد. این کمترین مقدار a برای حالتهای زیر چقدر است؟ (الف) $F_۲ = ۳۰\text{N}$ و $F_۳ = ۲۰\text{N}$؛ (ب) $F_۲ = ۳۰\text{N}$ و $F_۳ = ۱۰\text{N}$؛ و (پ) $F_۲ = F_۳ = ۳۰\text{N}$.



شکل ۵-۶۱ مسئلهٔ ۷۱

حل: (الف) کمترین شتاب وقتی به دست می‌آید که دو نیروی $F_۲$ و $F_۳$ در خلاف جهت $F_۱$ باشند یعنی داشته باشیم

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = m\vec{a}$$

$$F_۱ - F_۲ - F_۳ = ma \Rightarrow ۵۰ - ۳۰ - ۲۰ = ۱۲a \Rightarrow a = ۰$$

(ب) در این حالت کمترین شتاب وقتی به دست می‌آید که دو نیروی $F_۲$ و $F_۳$ در خلاف جهت $F_۱$ باشند.

$$۵۰ - ۳۰ - ۱۰ = ۱۲a \Rightarrow a = ۰/۸۳\,\text{m/s}^۲$$

علامت مثبت بیانگر این است که شتاب در جهت $+x$ است.

(پ) در این حالت چون $F_۲ + F_۳ < F_۱$ است در نتیجه مؤلفهٔ y نیز داریم لذا برای مؤلفهٔ x می‌توان نوشت

$$F_۱ - F_۲\cos\theta - F_۳\cos\theta = ma$$

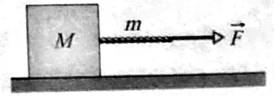
برای کمینه شتاب باید $a = ۰$ باشد

$$۵۰ - ۳۰\cos\theta - ۳۰\cos\theta = ۰$$

$$\cos\theta = \frac{۵۰}{۶۰} \Rightarrow \theta = ۳۴^\circ$$

لذا برای اینکه شتاب کمینه و $a = ۰$ باشد نیروهای $F_۲$ و $F_۳$ بایستی با محور x- زاویه ۳۴° که یکی بالای محور و دیگری زیر محور باشد تشکیل دهند.

۷۲- همان‌گونه که در شکل ۵-۶۲ نشان داده شده است، قطعه‌ای به جرم M به وسیلهٔ طنابی به جرم m روی سطح افقی بدون اصطکاکی کشیده می‌شود. نیروی افقی $\vec{F}$ به یک انتهای طناب وارد می‌شود. (الف) نشان دهید طناب *باید* شکم بدهد، حتی اگر مقدار آن نامحسوس باشد. آنگاه با فرض اینکه این شکم دادن ناچیز باشد، مطلوب است (ب) شتاب طناب و قطعه، (پ) نیرویی که طناب به قطعه وارد می‌کند، و (ت) کشش طناب در نقطهٔ میانی آن.



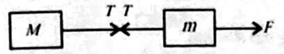
شکل ۵-۶۲ مسئلهٔ ۷۲

حل: (الف) نیروی F و کشش طناب افقی هستند و تنها نیروی قائم نیروی mg است که موجب می‌شود طناب هر چند ناچیز شکم دهد.

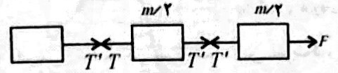
(ب) قطعه و طناب را یک دستگاه در نظر می‌گیریم لذا می‌توان نوشت

$$F = (M+m)a \Rightarrow a = \frac{F}{M+m}$$

(پ)
$$T = Ma = \frac{MF}{M+m}$$



(ت)
$$F - T' = \left(\frac{m}{۲}\right)a = \frac{mF}{۲(M+m)}$$



$$T' = F - \frac{mF}{۲(M+m)} \Rightarrow T' = \frac{(۲M+m)F}{۲(M+m)}$$

۷۳- کارگری صندوقی را با طنابی که به آن بسته است در امتداد کف کارخانه می‌کشد. کارگر نیرویی به بزرگی $F = ۴۵۰\text{N}$ را بر طناب که با افق زاویهٔ ۳۸° می‌سازد وارد می‌کند و از کف نیرویی به بزرگی $f = ۱۲۵\text{N}$ وارد می‌شود که با حرکت مخالفت می‌کند. بزرگی شتاب صندوق را در صورتی که (الف) جرم آن ۳۱۰kg و (ب) وزن آن ۳۱۰N باشد، محاسبه کنید. **SSM**

حل: (الف)
$$F\cos\theta - f = ma$$

$$(۴۵۰)(\cos ۳۸^\circ) - ۱۲۵ = (۳۱۰)a \Rightarrow a = ۰/۷۴\,\text{m/s}^۲$$

(ب)
$$(۴۵۰)(\cos ۳۸^\circ) - ۱۲۵ = \left(\frac{۳۱۰}{۹/۸}\right)a \Rightarrow a = ۷/۲۷\,m/s^۲$$

۷۴- سه نیرو بر ذره‌ای که با سرعت بدون تغییر $\vec{v} = (۲\text{m/s})\hat{\text{i}} - (۷\text{m/s})\hat{\text{j}}$ حرکت می‌کند وارد می‌شوند. دو تا از این نیروها عبارت‌اند از $\vec{F}_۱ = (۲\text{N})\hat{\text{i}} + (۳\text{N})\hat{\text{j}} + (-۲\text{N})\hat{\text{k}}$ و $\vec{F}_۲ = (-۵\text{N})\hat{\text{i}} + (۸\text{N})\hat{\text{j}} + (-۲\text{N})\hat{\text{k}}$. نیروی سوم چیست؟

حل: سرعت ثابت است لذا می‌توان نوشت

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ = ۰ \qquad \vec{F}_۳ = -\vec{F}_۱ - \vec{F}_۲$$

$$\vec{F}_۳ = -(۲\hat{\text{i}} + ۳\hat{\text{j}} - ۲\hat{\text{k}}) - (-۵\hat{\text{i}} + ۸\hat{\text{j}} - ۲\hat{\text{k}})$$
$$= ۳\hat{\text{i}} - ۱۱\hat{\text{j}} + ۴\hat{\text{k}}$$

۷۵- یک بازیگر سیرک به جرم ۵۲kg از طنابی رو به پایین می‌لغزد که اگر کشش آن از ۴۲۵kg بیشتر شود پاره خواهد شد. (الف) اگر بازیگر به حالت سکون از طناب آویزان شود، چه رخ خواهد داد؟ (ب) در چه بزرگی از شتاب، بازیگر درست پیش از پاره‌شدن طناب، از پاره‌شدن آن جلوگیری می‌کند؟

حل: (الف) در این حالت داریم

$$T - mg = ۰ \qquad T = mg = (۵۲)(۹/۸) = ۵۰۹/۶\text{N}$$

چون $۵۰۹/۶\text{N}$ بزرگتر از حد تحمل طناب (۴۲۵N) است لذا طناب پاره می‌شود.

(ب) بزرگی شتاب در حدی که طناب در آستانهٔ پاره شدن قرار می‌گیرد از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$T - mg = ma \Rightarrow ۴۲۵ - (۵۲)(۹/۸) = (۵۲)a$$

$$a = -۱/۶۳\,\text{m/s}^۲$$

علامت منفی بیانگر این است که شتاب رو به پایین است.

۷۶- شخصی به جرم ۸۰kg از لبهٔ پنجره‌ای که $۰/۵۰\text{m}$ بالاتر از سطح زمین است به داخل حیاط می‌پرد. او فراموش می‌کند که موقع فرود آمدن زانوهای خود را خم کند و از اینرو پس از $۲/۰\text{cm}$ متوقف می‌شود. (الف) شتاب میانگین شخص از لحظه‌ای که پاهایش ابتدا به زمین می‌خورد تا لحظهٔ توقف چقدر است؟ (ب) بزرگی نیروی متوقف کنندهٔ میانگین وارد به شخص از سوی حیاط چقدر است؟

حل: (الف) سرعت شخصی درست پیش از برخورد به زمین برابر است با

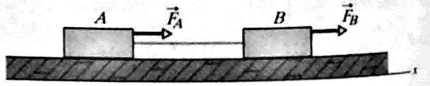
$$v^۲ - v_۰^۲ = -۲g\Delta y \Rightarrow v^۲ - ۰ = -۲(۹/۸)(-۰/۵)$$
$$\Rightarrow v = ۳/۱۳\,\text{m/s}$$

این سرعت اولیهٔ ($v'_۰ = ۳/۱۳\,\text{m/s}$) برای جابه‌جایی نهایی $h = ۰/۰۲\text{m}$ است که حرکت شخص با شتاب a کند شده و متوقف می‌شود.

$$v'^۲ - v_۰'^۲ = ۲ah \qquad ۰ - (۳/۱۳)^۲ = ۲a(۰/۰۲)$$
$$a = -۲۴۵\,\text{m/s}^۲$$

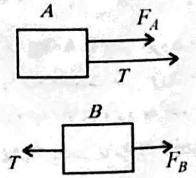
(ب)
$$mg - F = ma \Rightarrow (۸۰)(۹/۸) - F = (۸۰)(-۲۴۵)$$
$$\Rightarrow F = ۲۰۳۴۵/۶\text{N}$$

۷۷- در شکل ۵-۶۳، قطعهٔ A به جرم $۴/۰\text{kg}$ و قطعهٔ B به جرم $۶/۰\text{kg}$ به وسیلهٔ ریسمانی با جرم ناچیز به هم متصل شده‌اند. نیروی $\vec{F}_A = (۱۲\text{N})\hat{\text{i}}$ بر قطعهٔ A و نیروی $\vec{F}_B = (۲۴\text{N})\hat{\text{i}}$ بر قطعهٔ B وارد می‌شود. کشش ریسمان چقدر است؟



شکل ۵-۶۳ مسئلهٔ ۷۷

حل:

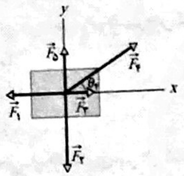


$$F_A + T = m_A a \qquad F_B - T = B_B a$$

از تقسیم کردن دو رابطه داریم

$$\frac{F_A + T}{F_B - T} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{۱۲+T}{۲۴-T} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow ۳۶ + ۳T = ۴۸ - ۲T$$
$$T = ۲/۴\text{N}$$

۷۸- در دید از بالای شکل ۵-۶۴، پنج نیرو جعبه‌ای به جرم $m = ۴/۰\text{kg}$ را می‌کشند. بزرگی نیروها عبارت‌اند از $F_۱ = ۱۱\text{N}$، $F_۲ = ۱۷\text{N}$، $F_۳ = ۳/۰\text{N}$، $F_۴ = ۱۴\text{N}$، و $F_۵ = ۵/۰\text{N}$ و زاویهٔ $\theta_۴$ برابر ۳۰° است. شتاب جعبه را (الف) برحسب بردارهای یکه و برحسب (ب) بزرگی و (پ) زاویه نسبت به جهت مثبت محور x به دست آورید.



شکل ۵-۶۴ مسئلهٔ ۷۸

حل: (الف)
$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ + \vec{F}_۴ + \vec{F}_۵ = m\vec{a}$$
$$-۱۱\hat{\text{i}} - ۱۷\hat{\text{j}} + ۳\hat{\text{i}} + [(۱۴\cos ۳۰^\circ)\hat{\text{i}} + (۱۴\sin ۳۰^\circ)\hat{\text{j}}]$$
$$+ ۵\hat{\text{j}} = ۴\vec{a}$$
$$\vec{a} = ۱/۰۳\hat{\text{i}} - ۱/۲۵\hat{\text{j}}$$

(ب)
$$a = \sqrt{(۱/۰۳)^۲ + (-۱/۲۵)^۲} = ۱/۶۲\,\text{m/s}^۲$$

(پ)
$$\theta = \tan^{-۱}\frac{-۱/۲۵}{۱/۰۳} = -۵۰/۵^\circ$$

۷۹- نیروی معینی به جسمی به جرم $m_۱$ شتاب $۱۲/۰\text{m/s}^۲$ و به جسمی به جرم $m_۲$ شتاب $۳/۳۰\text{m/s}^۲$ می دهد. این نیرو به جسمی با جرم (الف) $m_۲ - m_۱$ و (ب) $m_۲ + m_۱$ چه شتابی می‌دهد؟ **SSM**

حل:
$$F = m_۱a_۱ = m_۱(۱۲) \Rightarrow m_۱ = \frac{F}{۱۲}$$
$$F = m_۲a_۲ = m_۲(۳/۳) \Rightarrow m_۲ = \frac{F}{۳/۳}$$

(الف)
$$F = (m_۲ - m_۱)a'_۱ = \left(\frac{F}{۳/۳} - \frac{F}{۱۲}\right)a'_۱ \Rightarrow a'_۱ = ۴/۶\,\text{m/s}^۲$$

(ب)
$$F = (m_۲ + m_۱)a'_۲ = \left(\frac{F}{۳/۳} + \frac{F}{۱۲}\right)a'_۲ \Rightarrow a'_۲ = ۲/۶\,\text{m/s}^۲$$

۸۰- تصور کنید فضاپیمایی به سطح *کالیستو*[1] یکی از قمرهای مشتری نزدیک می‌شود. اگر موتور فضاپیما نیرویی رو به بالای (پیشران) ۳۲۶۰N را وارد کند، فضاپیما با تندی ثابت فرود می‌آید. اگر موتور فقط ۲۲۰۰N نیرو وارد کند، فضاپیما با شتاب $۰/۳۹\text{m/s}^۲$ پایین می‌رود. (الف) وزن فضاپیما در نزدیکی سطح کالیستو چقدر است؟ (ب) جرم فضاپیما چقدر است؟ (پ) بزرگی شتاب سقوط آزاد در نزدیکی سطح کالیستو چقدر است؟

حل: (الف) در حالتی که فضاپیما با سرعت ثابت فرود می‌آید داریم

1. Callisto

$$F - w = ۰ \Rightarrow W = F = ۳۲۶۰\,\text{N}$$

(ب) در این حالت داریم

$$F - W = ma \Rightarrow ۲۲۰۰ - ۳۲۶۰ = m(-۰/۳۹)$$

$$m = ۲۷۱۸\,\text{kg}$$

(پ) $W = mg' \Rightarrow ۳۲۶۰ = ۲۷۱۸\,g' \Rightarrow g' = ۱/۲\,\text{m/s}^۲$

۸۱- جسمی از یک ترازوی فنری متصل به سقف اتاقک بالابری آویخته شده است. هنگامی که اتاقک ساکن است، ترازو عدد ۶۵N را نشان می‌دهد. وقتی اتاقک رو به بالا (الف) با تندی ثابت ۷/۶m/s و (ب) با تندی ۷/۶m/s در حالی که با آهنگ ۲/۴m/s² کاهش می‌یابد، حرکت می‌کند ترازو چه عددی را نشان می‌دهد؟

حل: (الف) تندی ثابت است لذا داریم

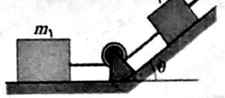
$T - mg = ۰ \qquad T = mg = ۶۵\,\text{N}$

(ب) شتاب کاهنده یعنی اینکه سوی بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت است و در اینجا چون جهت حرکت رو به بالاست لذا جهت شتاب سوی پایین است

$$T - mg = -ma \Rightarrow T = m(g-a) = \left(\frac{۶۵}{۹/۸}\right)(۹/۸ - ۲/۴)$$

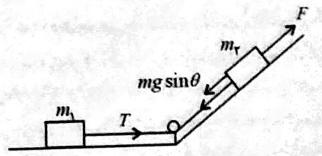
$$= ۴۹/۱\,\text{N}$$

۸۲- در شکل ۵-۶۵ نیروی $\vec{F}$ به بزرگی ۱۲N به جعبه‌ای به جرم $m_۲ = ۱/۰\,\text{kg}$ اثر می‌کند. این نیرو به سمت بالای صفحه‌ای است که به اندازهٔ $\theta = ۳۷°$ کج شده است. این جعبه با ریسمانی به جعبهٔ دیگری به جرم $m_۱ = ۳/۰\,\text{kg}$ که در کف قرار دارد متصل شده است. کف، صفحه و قرقره، بدون اصطکاک‌اند و جرم قرقره و ریسمان قابل چشمپوشی است. کشش ریسمان چقدر است؟



شکل ۵-۶۵ مسئلهٔ ۸۲

حل:



$T = m_۱ a \qquad F - T - mg\sin\theta = m_۲ a$

با تقسیم کردن دو رابطه بر هم داریم

$$\frac{T}{F - T - m_۲ g\sin\theta} = \frac{m_۱}{m_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{۱۲ - T - (۱)(۹/۸)(\sin ۳۷°)} = \frac{۳}{۱} \Rightarrow T = ۴/۵۹\,\text{N}$$

۸۳- ذرهٔ معینی در نقطه‌ای که در آنجا $g = ۹/۸\,\text{m/s}^۲$ است، ۲۲N وزن دارد. (الف) وزن و (ب) جرم آن در نقطه‌ای که در آنجا $g = ۴/۹\,\text{m/s}^۲$ است، چقدر است؟ اگر ذره به نقطه‌ای از فضا برده شود که در آنجا $g = ۰$ است، (پ) وزن و (ت) جرم آن چقدر خواهد بود؟

حل: (الف) جرم تغییر نمی‌کند و ثابت است لذا می‌توان نوشت

$$\frac{W_۱}{W_۲} = \frac{g_۱}{g_۲} \Rightarrow \frac{۲۲}{W_۲} = \frac{۹/۸}{۴/۹} \Rightarrow W_۲ = ۱۱\,\text{N}$$

(ب) جرم ثابت است $\quad m = \frac{W}{g} = \frac{۲۲}{۹/۸} = ۲/۲۴\,\text{kg}$

(پ) $g = ۰$ لذا وزن نیز صفر است $\quad W = mg = ۰$

(ت) جرم مقدار ثابتی است و همان ۲/۲۴k است.

۸۴- وزن فضانوردی به جرم ۷۵kg (الف) روی زمین، (ب) روی مریخ که در آنجا $g = ۳/۸\,\text{m/s}^۲$ است، و (پ) در فضای بین سیاره‌ای که در آنجا $g = ۰$ است، چقدر است؟ (ت) جرم فضانورد در هر یک از این مکانها چقدر است؟

حل: (الف) $W_e = mg_e = (۷۵)(۹/۸) = ۷۳۵\,\text{N}$

(ب) $W_m = mg_m = (۷۵)(۳/۸) = ۲۸۵\,\text{N}$

(پ) $g_s = ۰$ لذا وزن صفر است.

(ت) جرم همواره ثابت و برابر همان ۷۵kg است.

۸۵- یک موتور جت به جرم ۱۴۰۰kg با سه پیچ به بدنهٔ یک هواپیمای جت مسافربری بسته شده است (این عملی متداول است.) فرض کنید هر پیچ یک سوم وزن موتور را تحمل می‌کند. (الف) نیروی وارد بر هر پیچ را هنگامی که هواپیما منتظر بلند شدن است، محاسبه کنید. (ب) در حین پرواز، هواپیما مواجه با گردبادی می‌شود که ناگهان بر آن شتاب رو به بالای قائم ۲/۶m/s² اثر می‌کند. در این لحظه نیروی وارد بر هر پیچ چقدر می‌شود؟

حل: (الف)

$$۳F - mg = ۰$$

$$\Rightarrow F = \frac{۱}{۳}mg = \frac{۱}{۳}(۱۴۰۰)(۹/۸) = ۴/۵۷\times۱۰^۳\,\text{N}$$

(ب) $۳F - mg = ma \Rightarrow F = \frac{۱}{۳}m(g+a)$

$$F = \frac{۱}{۳}(۱۴۰۰)(۹/۸ + ۲/۶) = ۵۷۸۷\,\text{N}$$

۸۶- شخصی به جرم ۸۰kg با چتر بیرون می‌پرد و شتاب رو به پایین ۲/۵m/s² را به دست می‌آورد. جرم چتر ۵/۰kg است. (الف) نیروی رو به بالای وارد به چتر از طرف هوا چقدر است؟ (ب) نیروی رو به پایین وارد به چتر از طرف شخص چقدر است؟

حل: نیرویی که از طرف هوا بر چتر وارد می‌شود را F در نظر می‌گیریم و T نیرویی است که از طرف شخص به چتر وارد می‌شود.

(الف) $m_۲g + T - F = m_۲a$

$$m_۱g - T = m_۱a$$

دو رابطه جمع می‌کنیم

$$(m_۲ + m_۱)g - F = (m_۲ + m_۱)a$$

$$F = (m_۲ + m_۱)(g-a) = (۵ + ۸۰)(۹/۸ - ۲/۵) = ۶۲۰/۵\,\text{N}$$

(ب) نیروی T را می‌توان از رابطه اول یا دوم بدست آورد

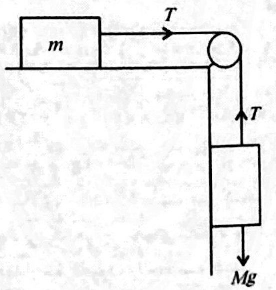
$$m_۱g - T = m_۱a \Rightarrow T = m_۱(g-a) = (۸۰)(۹/۸ - ۲/۵)$$

$$\Rightarrow T = ۵۸۴\,\text{N}$$

۸۷- فرض کنید در شکل ۵-۱۳ جرم قطعه‌ها ۲/۰kg و ۴/۰kg باشد. (الف) برای آنکه بزرگی شتاب بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، کدامیک از جرمها باید آویزان باشد؟ آنگاه (ب) بزرگی شتاب و (پ) کشش ریسمان چقدر است؟

حل: (الف) بدیهی است که وقتی جرم بیشتر را آویزان کنیم شتاب بیشتری ایجاد می‌شود

(ب) پس جای M و m در شکل تعریفی می‌شود و M جسم آویزان است.



$Mg - T = Ma \qquad T = ma$

دو رابطه را جمع می‌کنیم

$$Mg = (M+m)a \Rightarrow a = \frac{M}{M+m}g = \frac{۴}{۴+۲}(۹/۸)$$

$$= ۶/۵۳\,\text{m/s}^۲$$

(پ) در نتیجه می‌توان نوشت

$$T = ma = (۲)(۶/۵۳) = ۱۳/۰۶\,\text{N}$$

۸۸- یخچال کوچکی را با نیروی $\vec{F}$ به دو طریق برکفی روغن‌کاری شده (بدون اصطکاک) می‌کشیم: یک بار با نیروی افقی $\vec{F}$ (حالت اول) و بار دیگر با نیروی $\vec{F}$ که رو به بالا به اندازهٔ زاویهٔ θ کج شده است (حالت دوم). (الف) اگر در هر دو حالت مدت زمان کشیدن یخچال یکسان و برابر t باشد، نسبت تندی یخچال در حالت دوم به تندی آن در حالت اول چقدر است؟ (ب) این نسبت در صورتی که این کار در مسافت معین d صورت بگیرد، چقدر است؟

حل: (الف) حالت اول $\quad F = ma_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{F}{m}$

$$v_۱ = a_۱t \Rightarrow v_۱ = \frac{F}{m}t$$

حالت دوم $\quad F\cos\theta = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{F\cos\theta}{m}$

$$v_۲ = a_۲t \Rightarrow v_۲ = \frac{F\cos\theta}{m}t$$

با تقسیم کردن دو رابطه بر هم داریم

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \cos\theta$$

(ب) $v_۱^۲ - ۰ = ۲a_۱d \Rightarrow v_۱^۲ = ۲\frac{F}{m}d$

$$v_۲^۲ - ۰ = ۲a_۲d \Rightarrow v_۲^۲ = ۲\frac{F\cos\theta}{m}d$$

$$\frac{v_۲^۲}{v_۱^۲} = \cos\theta \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\cos\theta}$$

۸۹- یک سفینهٔ فضایی به طور قائم از سطح ماه که در آنجا $g = ۱/۶\,\text{m/s}^۲$ است، بلند می‌شود. اگر شتاب رو به بالای سفینه در هنگام بلند شدن ۱/۰m/s² باشد، بزرگی نیروی وارد از سفینه بر فضانوردی که وزن او در زمین ۷۳۵N است، چقدر است؟

حل: $m = \frac{w}{g} = \frac{۷۳۵}{۹/۸} \Rightarrow m = ۷۵\,\text{kg}$

$$F - mg' = ma \Rightarrow F - (۷۵)(۱/۶) = (۷۵)(۱)$$

$$F = ۱۹۵\,\text{N}$$

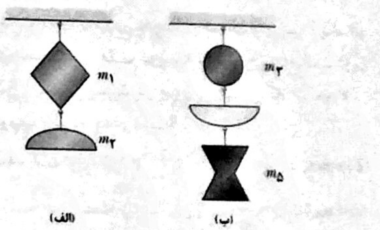
۹۰- اگر نیروی رو به بالای اولیهٔ موتور یک موشک (نیروی پیشران) ۲/۶×۱۰⁵ N باشد، شتاب اولیهٔ رو به بالای این موشک با جرم ۱/۳×۱۰⁴ kg چقدر است؟ از نیروی گرانشی وارد بر موشک چشمپوشی نکنید.

حل: $F - mg = ma$

$$(۲/۶\times۱۰^۵) - (۱/۳\times۱۰^۴)(۹/۸) = (۱/۳\times۱۰^۴)a$$

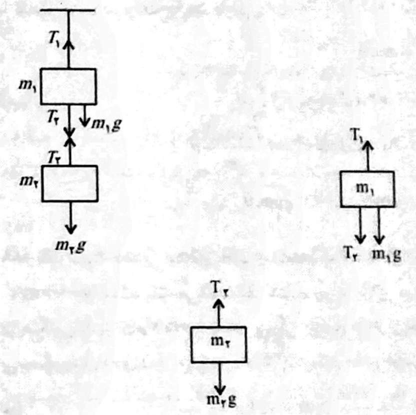
$$a = ۱۰/۲\,\text{m/s}^۲$$

۹۱- شکل ۵-۶۶ الف جسم متحرکی را نشان می‌دهد که از سقف آویزان است؛ این جسم شامل دو قطعهٔ فلزی ($m_۱ = ۳/۵\,\text{kg}$ و $m_۲ = ۴/۵\,\text{kg}$) است که توسط ریسمانهای نازکی با جرم ناچیز به هم وصل شده‌اند. کشش در (الف) ریسمان پایینی و (ب) ریسمان بالایی چقدر است؟ شکل ۵-۶۶ ب جسم دیگری را نشان می‌دهد که شامل سه قطعهٔ فلزی است. جرم دو تا از این قطعه‌ها $m_۳ = ۴/۸\,\text{kg}$ و $m_۵ = ۵/۵\,\text{kg}$ است. کشش در طناب بالایی ۱۹۹N است. کشش در (پ) پایین‌ترین ریسمان و (ت) ریسمان میانی چقدر است؟ SSM



شکل ۵-۶۶ مسئلهٔ ۹۱

حل: نمودار جسم- آزاد را برای شکل (الف) رسم می‌کنیم



(الف) $T_۲ = m_۲g = (۴/۵)(۹/۸) = ۴۴/۱N$

(ب) $T_۱ - T_۲ - m_۱g = ۰$

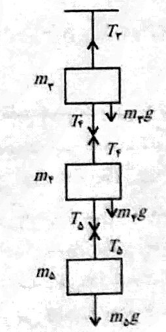
$T_۱ = T_۲ + m_۱g = ۴۴/۱ + (۳/۵)(۹/۸) = ۷۸/۴N$

(پ) نمودار جسم- آزاد را برای شکل (ب) رسم می‌کنیم

جسم $m_۵$ را در نظر می‌گیریم

$T_۵ = m_۵g$

$T_۵ = (۵/۵)(۹/۸) = ۵۳/۹N$



حال جسم $m_۴$ را در نظر بگیریم با توجه به اینکه $T_۴ = ۱۹۹N$ داده شده است لذا می‌توان $T_۳$ را به دست آورد

$T_۴ = T_۳ + m_۴g$

$T_۳ = T_۴ - m_۴g = ۱۹۹ - (۴/۵)(۹/۸) = ۱۵۱/۹N$

۹۲- اگر جسم استاندارد ۱ kg فقط بر اثر دو نیروی $\vec F_۱ = (۳/۰N)\hat i + (۴/۰N)\hat j$ و $\vec F_۲ = (-۲/۰N)\hat i + (-۶/۰N)\hat j$ شتاب بگیرد، آنگاه $\vec F_{net}$ (الف) برحسب بردارهای یکه و برحسب (ب) بزرگی و (پ) زاویه نسبت به جهت مثبت محور x چیست؟ (ت) بزرگی و (ث) زاویهٔ $\vec a$ چقدر است؟

حل: (الف) $\vec F_{net} = \vec F_۱ + \vec F_۲ = (۳-۲)\hat i + (۴-۶)\hat j = \hat i - ۲\hat j$

(ب) $F_{net} = \sqrt{(۱)^۲ + (-۲)^۲} = ۲/۲۳N$

(پ) $\theta = \tan^{-۱}\frac{-۲}{۱} = -۶۳/۴۳°$

(ت) و (ث) $\vec F_{net} = m\vec a$

$\vec a = \frac{\vec F_{net}}{m} = \frac{\hat i - ۲\hat j}{۱} = \hat i - ۲\hat j$

بزرگی $\vec a$ و جهت آن با بزرگی و جهت $\vec F_{net}$ یکسان است.

۹۳- هسته‌ای که نوترون سرگردانی را گیرمی‌اندازد، باید آن را توسط یک *نیروی قوی* در طی فاصله‌ای معادل قطر هسته متوقف کند. این نیرو که هسته را به هم «می‌چسباند» در خارج از هسته تقریباً برابر با صفر است. فرض کنید که یک نوترون سرگردان با تندی اولیهٔ $۱/۴\times۱۰^۷$ m/s توسط هسته‌ای به‌قطر $d = ۱/۰\times۱۰^{-۱۴}$ m گیر انداخته شود. با فرض آنکه نیروی قوی وارد بر نوترون ثابت باشد بزرگی این نیرو را پیدا کنید. جرم نوترون $۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷}$kg است.

حل: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲ad$

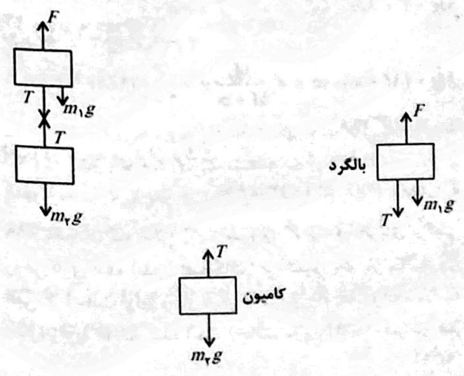
$۰ - (۱/۴\times۱۰^۷)^۲ = ۲a(۱/۰\times۱۰^{-۱۴}) \Rightarrow a = -۹/۸\times۱۰^{۲۷}\ m/s^۲$

و بزرگی نیرو برابر است با

$F = ma = (۱/۶۷\times۱۰^{-۲۷})(۹/۸\times۱۰^{۲۷}) = ۱۶/۳۶N$

۹۴- بالگردی به جرم ۱۵۰۰۰kg کامیونی به جرم ۴۵۰۰kg را با شتاب رو به بالای $۱/۴m/s^۲$ بلند می‌کند. (الف) نیروی خالص رو به بالایی که هوا بر بالهای بالگرد وارد می‌کند و (ب) کشش کابل نگهدارندهٔ کامیون را محاسبه کنید.

حل: نمودار جسم- آزاد برای بالگرد و کامیون رسم می‌کنیم.



(الف) $F - T - m_۱g = m_۱a$

$T - m_۲g = m_۲a$

دو رابطه را با هم جمع می‌کنیم

$F - (m_۱+m_۲)g = (m_۱+m_۲)a$

$F = (m_۱+m_۲)(g+a) = (۱۵۰۰۰+۴۵۰۰)(۹/۸+۱/۴)$

$= ۲/۱۸\times۱۰^۵ N$

(ب) با استفاده از رابطهٔ دوم داریم

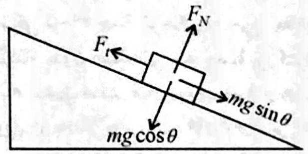
$T = m_۲(g+a) = (۴۵۰۰)(۹/۸+۱/۴) = ۵/۰۴\times۱۰^۴ N$

۹۵- موتور سواری به جرم ۶۰/۰kg با شتاب $۳/۰m/s^۲$ از شیبی که با افق زاویهٔ °۱۰ می‌سازد بالا می‌رود. (الف) بزرگی نیروی خالص وارد بر موتور سوار و (ب) بزرگی نیرویی که از طرف موتور بر موتور سوار وارد می‌شود چقدر است؟ SSM

حل: (الف) نیروی خالص برابر ma است در نتیجه نیروی خالص وارد بر موتور سوار برابر است با

$F_{net} = ma = (۶۰)(۳) = ۱۸۰N$

(ب) با توجه به نمودار جسم- آزاد می‌توان مشاهده کرد



$F_N = mg\cos\theta = (۶۰)(۹/۸)(\cos۱۰°) = ۵۷۹/۱N$

$F_t - mg\sin\theta = ma$

$F_t - (۶۰)(۹/۸)(\sin۱۰°) = (۶۰)(۳) \Rightarrow F_t = ۲۸۲/۱N$

نیروی برایند وارد بر موتور سوار از طرف موتور

$F_R = \sqrt{F_t^۲ + F_N^۲} = \sqrt{(۲۸۲/۱)^۲ + (۵۷۹/۱)^۲} = ۶۴۴/۱N$

۹۶- جرم یک فضاپیمای بین ستاره‌ای $۱/۲۰\times۱۰^۶$kg است و در ابتدا نسبت به یک دستگاه ستاره‌ای ساکن است. (الف) شتاب ثابت مورد نیاز برای آنکه فضاپیما در مدت ۳/۰ روز به تندی $۰/۱۰c$ (c تندی نور، $۳/۰\times۱۰^۸m/s$ است) نسبت به دستگاه ستاره‌ای برسد چقدر است؟ (ب) این شتاب چند برابر g است؟ (پ) نیروی مورد نیاز برای این شتاب چقدر است؟ (ت) اگر موتور در لحظه‌ای که تندی فضاپیما به $۰/۱۰c$ می‌رسد خاموش شود (که از آن پس تندی ثابت می‌ماند)، چه مدت طول می‌کشد تا فضاپیما (از شروع تا پایان حرکت) سفری به مسافت ۵/۰ ماه نوری- مسافتی که نور در ۵/۰ ماه طی می‌کند- را به انجام برساند؟

حل: (الف)

$v = at + v_۰ \Rightarrow a = \frac{v - v_۰}{t} = \frac{(۰/۱)(۳\times۱۰^۸) - ۰}{۳\times۸۶۴۰۰} = ۱۱۵/۷m/s^۲$

(ب) شتاب برحسب g عبارت است از

$a = \frac{۱۱۵/۷}{۹/۸}g = ۱۱/۸g$

(پ) $F = ma = (۱/۲\times۱۰^۶)(۱۱۵/۷) = ۱/۳۴\times۱۰^۸ N$

(ت) فضاپیما مسافت ۵ ماه نوری را با سرعت ثابت $۰/۱c$ می‌پیماید در نتیجه

یا ۵ ماه $t = \frac{x}{v} = \frac{(۵\times۳۰\times۸۶۴۰۰)(۳\times۱۰^۸)}{(۰/۱)(۳\times۱۰^۸)} = ۱/۲۹۶\times۱۰^۸ s$

۹۷- حیوانی به جرم ۱۲kg را در نظر بگیرید که وارد یک دریاچهٔ یخ بستهٔ مسطح و بدون اصطکاک می‌شود. سرعت اولیهٔ حیوان ۵/۰m/s در جهت مثبت محور x است. مبدأ را منطبق بر مکان اولیهٔ حیوان روی یخ در نظر بگیرید. هنگامی که بادی با نیروی ۱۷N در جهت مثبت محور y بر حیوان اثر کند، روی یخ می‌لغزد. برحسب بردارهای یکه (الف) سرعت و (ب) بردار مکان این حیوان را ۳/۰s پس از لغزیدن به دست آورید.

حل: (الف) داریم $\vec F_y = ۱۷\hat j N$ و $\vec v_{ox} = ۵\hat i\ m/s$ و چون $F_x = ۰$ لذا v_x ثابت است $v_x = v_{ox} = ۵m/s$

$F_y = ma_y \Rightarrow ۱۷ = ۱۲a_y \Rightarrow a_y = ۱/۴۲m/s^۲$

$v_y = a_yt + v_{oy} = (۱/۴۲)(۳) + ۰ = ۴/۲۶m/s$

$\vec v = v_x\hat i + v_y\hat j = ۵\hat i + ۴/۲۶\hat j$

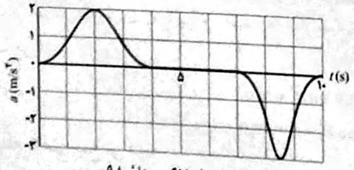
(ب) $x = v_xt = (۵)(۳) = ۱۵m$

$y = \frac{۱}{۲}a_yt^۲ = \frac{۱}{۲}(۱/۴۲)(۳)^۲ = ۶/۴m$

در نتیجه داریم

$\vec r = x\hat i + y\hat j = (۱۵\hat i + ۶/۴\hat j)m$

۹۸- شخصی به جرم ۵۰kg سوار بالابری می‌شود که حرکتش را در لحظهٔ $t=۰$ از حالت سکون از طبقهٔ هم‌کف ساختمانی آغاز می‌کند و پس از طی یک بازهٔ زمانی ۱۰s به طبقهٔ بالای ساختمان می‌رسد. نمودار تغییر شتاب بالابر برحسب تابعی از زمان در شکل ۵-۶۷ نشان داده شده است، که در آن مقدارهای مثبت شتاب به این معناست که جهت شتاب رو به بالاست. (الف) بزرگی و (ب) جهت (رو به بالا یا به پایین) نیروی بیشینهٔ وارد به شخص از کف بالابر چیست؟ (پ) بزرگی و (ت) جهت نیروی کمینهٔ وارد به شخص از کف بالابر چیست؟ (ث) بزرگی و (ج) جهت نیروی بیشینهٔ وارد به کف بالابر از سوی شخص چیست؟



شکل ۵-۶۷ مسئلهٔ ۹۸

حل: (الف) بالابر رو به بالا حرکت می‌کند و بر شخص نیروی وزن رو به پایین و نیروی رو به بالا عمود بر سطح وارد می‌شود و نیروی بیشینه وقتی به شخص وارد می‌شود که شتاب بیشینه باشد

$F_{N,\max} - mg = ma_{\max} \Rightarrow F_{N,\max} = m(g + a_{\max})$

$F_{N,\max} = (۵۰)(۹/۸ + ۲) = ۵۹۰\,\mathrm{N}$

(ب) جهت نیرو رو به بالاست.

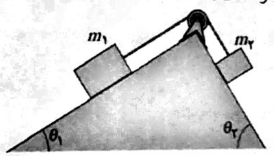
(پ) با توجه به نمودار شتاب کمینه برابر $a_{\min} = -۳\,\mathrm{m/s^۲}$ است و نیروی $F_{N,\min}$ از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$F_{N,\min} = m(g + a_{\min}) = (۵۰)(۹/۸ - ۳) = ۳۴۰\,\mathrm{N}$

(ت) جهت نیرو رو به بالاست.

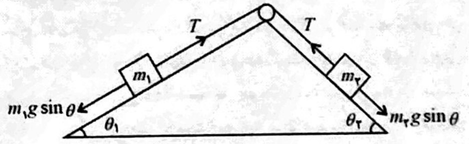
(ث) و (ج) طبق قانون سوم نیوتون نیرویی که شخص بر بالابر وارد می‌کند برابر با نیرویی است که بالابر بر شخص وارد می‌کند. بنابراین بزرگی نیرو همان ۵۹۰N است ولی جهت آن به سمت پایین است.

۹۹- شکل ۵-۶۸ جعبه‌ای به جرم $m_۱ = ۳/۰\,\mathrm{kg}$ را نشان می‌دهد که روی سطح شیبدار بدون اصطکاکی با زاویهٔ شیب $\theta_۱ = ۳۰^\circ$ قرار دارد. این جعبه به وسیلهٔ ریسمانی با جرم ناچیز به جعبهٔ دیگری به جرم $m_۲ = ۲/۰\,\mathrm{kg}$ که روی سطح بدون اصطکاک شیبداری با زاویهٔ شیب $\theta_۲ = ۶۰^\circ$ قرار دارد، متصل شده است. قرقره بدون اصطکاک و جرم آن ناچیز است. کشش ریسمان چقدر است؟



شکل ۵-۶۸ مسئلهٔ ۹۹

حل:



برای اینکه جهت حرکت را مشخص کنیم باید $m_۱ g\sin\theta_۱$ را با $m_۲ g\sin\theta_۲$ مقایسه کرد

$m_۱ g\sin\theta_۱ = (۳)(۹/۸)(\sin ۳۰^\circ) = ۱۴/۷\,\mathrm{N}$

$m_۲ g\sin\theta_۲ = (۲)(۹/۸)(\sin ۶۰^\circ) = ۱۷\,\mathrm{N}$

در نتیجه جعبه $m_۲$ به سمت پایین و جعبه $m_۱$ به سمت بالا حرکت می‌کنند.

$T - m_۱ g\sin\theta_۱ = m_۱ a$

$m_۲ g\sin\theta_۲ - T = m_۲ a$

دو رابطه با هم جمع می‌کنیم

$(m_۲\sin\theta_۲ - m_۱\sin\theta_۱)g = (m_۱ + m_۲)a$

$(۲\sin ۶۰^\circ - ۳\sin ۳۰^\circ)(۹/۸) = (۳+۲)a \Rightarrow a = ۰/۴۵۵\,\mathrm{m/s^۲}$

با قراردادن این شتاب در یکی از دو رابطه بالا، مثلاً در رابطه اولی داریم

$T - (۳)(۹/۸)(\sin ۳۰^\circ) = (۳)(۰/۴۵۵) \Rightarrow T = ۱۶/۱\,\mathrm{N}$

۱۰۰- فرض کنید جسم استاندارد ۱kg بر اثر دو نیرو که یکی از آنها $\vec{F}_۱ = (۲/۵۰\,\mathrm{N})\hat{i} + (۴/۶۰\,\mathrm{N})\hat{j}$ است در زاویهٔ ۱۶۰° نسبت به جهت مثبت محور x شتاب $۴/۰۰\,\mathrm{m/s^۲}$ پیدا کند. نیروی دیگر (الف) برحسب بردارهای یکه و برحسب (ب) بزرگی و (پ) جهت، چیست؟

حل: (الف)

$m\vec{a} = (۱)(۴\cos ۱۶۰^\circ + ۴\sin ۱۶۰^\circ) = -۳/۷۶\hat{i} + ۱/۳۷\hat{j}$

$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_۲ = m\vec{a} - \vec{F}_۱$

$\vec{F}_۲ = (-۳/۷۶\hat{i} + ۱/۳۷\hat{j}) - (۲/۵\hat{i} + ۴/۶\hat{j})$

$= (-۶/۲۶\hat{i} - ۳/۲۳\hat{j})\mathrm{N}$

(ب) بزرگی $\vec{F}_۲$ برابر است با

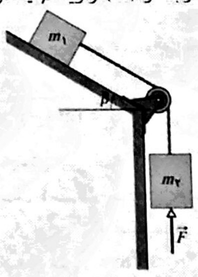
$F_۲ = \sqrt{(-۶/۲۶)^۲ + (-۳/۲۳)^۲} = ۷/۱\,\mathrm{N}$

(پ) جهت $\vec{F}_۲$ چنین است

$\theta = \tan^{-۱}\dfrac{-۳/۲۳}{-۶/۲۶} = ۲۷/۳^\circ$ و یا $۲۰۷/۳^\circ$

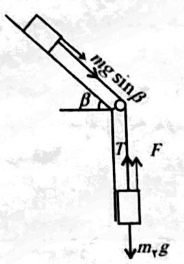
که جواب $۲۰۷/۳^\circ$ قابل قبول است چون $\vec{F}_۲$ در ربع سوم است.

۱۰۱- در شکل ۵-۶۹ جعبهٔ کوچکی به جرم $m_۱ = ۱/۰\,\mathrm{kg}$ واقع بر سطح شیبدار بدون اصطکاکی به جعبهٔ بزرگتری به جرم $m_۲ = ۲/۰\,\mathrm{kg}$ متصل است. قرقره بدون جرم و بدون اصطکاک است. نیرویی رو به بالا به بزرگی $F = ۶/۰\,\mathrm{N}$ بر جعبهٔ بزرگتر که شتاب رو به پایین $۵/۵\,\mathrm{m/s^۲}$ را دارد وارد می‌شود. (الف) کشش در ریسمان رابط و (ب) زاویهٔ β چقدر است؟ SSM



شکل ۵-۶۹ مسئلهٔ ۱۰۱

حل: (الف)



$m_۲ g - T - F = m_۲ a$

$(۲)(۹/۸) - T - ۶ = (۲)(۵/۵) \Rightarrow T = ۲/۶\,\mathrm{N}$

$T + m_۱ g\sin\beta = m_۱ a$

(ب)

$۲/۶ + (۱)(۹/۸)\sin\beta = (۱)(۵/۵) \Rightarrow \sin\beta = ۰/۲۹۶$

$\Rightarrow \beta = ۱۷/۲^\circ$

۱۰۲- یک موتور سیکلت به وزن ۲/۰kN در مدت ۶/۰s از تندی ۰ به تندی ۸۸/۵km/h ، شتاب می گیرد. بزرگیهای (الف) شتاب ثابت و (ب) نیروی خالصی که این شتاب را به وجود می‌آورد، چقدر است؟

حل: (الف)

$v = ۸۸/۵\,\mathrm{km/h} = ۲۴/۶\,\mathrm{m/s}$

$v = at + v_۰ \Rightarrow ۲۴/۶ = a(۶) \Rightarrow a = ۴/۱\,\mathrm{m/s^۲}$

(ب)

$m = \dfrac{W}{g} = \dfrac{۲۰۰۰}{۹/۸} = ۲۰۴/۱\,\mathrm{kg}$

$F = ma = (۲۰۴/۱)(۴/۱) = ۸۳۶/۸\,\mathrm{N}$

۱۰۳- الکترونی که در ابتدا ساکن است (به جرم $۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱}\,\mathrm{kg}$) براثر شتاب ثابتی در مسافت ۱/۵cm به تندی $۶/۰\times۱۰^۶\,\mathrm{m/s}$ در پایان آن مسافت می‌رسد. (الف) بزرگی نیرویی که به الکترون شتاب می‌دهد و (ب) وزن الکترون چقدر است؟

حل: (الف)

$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$

$(۶\times۱۰^۶)^۲ - ۰ = ۲a(۰/۰۱۵) \Rightarrow a = ۱/۲\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{m/s^۲}$

$F = ma = (۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱})(۱/۲\times۱۰^{۱۵}) = ۱/۱\times۱۰^{-۱۵}\,\mathrm{N}$

(ب)

$W = mg = (۹/۱۱\times۱۰^{-۳۱})(۹/۸) = ۸/۹۲\times۱۰^{-۳۰}\,\mathrm{N}$

ملاحظه می‌کنید که مقدار بسیار کوچکی است که معمولاً در مسئله‌ها ناچیز فرض می‌شود.